

数学 (数学選抜方式)

(問題)

2023年度

〈R05104019〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙は(その1)(その2)の2枚あるので注意すること。それぞれの解答用紙の所定欄に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがひ、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 問4、問5はいずれか1問を解答する選択問題である。選択した問題については、解答用紙(その2)の問題番号の右の選択欄にチェックマーク(✓)を記入すること。選択欄にチェックマークがない場合、両方にチェックマークを記入した場合およびチェックマーク以外の記号を記入した場合は採点の対象外となる場合がある。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。解答用紙の裏面は使用してはならない。所定欄以外に記入がある解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 解答の際、問題を解答欄に写す必要はない。
7. 下書きが必要な場合は、問題冊子の余白を使用すること。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

必須問題

【問1】から【問3】のすべてに解答せよ。

【問1】

(1) 表面に1, 7, 17の数字が書かれている3種類のカードがそれぞれ3枚, 計9枚ある. これらの9枚のカードを裏返してよく混ぜ, AとBの2人のプレイヤーが3枚ずつとり, 表面に書かれた数字の積をそのプレイヤーの得点とする. このとき, AとBの得点の最小公倍数が2023となる確率を求めよ.

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} y \geq x^2 - \frac{1}{4} \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

で表される領域の面積を求めよ.

(3) 関数 $y = 2 \sin \theta (2 \cos \theta - 3 \sin \theta)$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値と最小値を求めよ.

【問2】

$[x]$ は x を超えない最大の整数を表すものとする. 連立方程式

$$\begin{cases} 2[x]^2 - [y] = x + y \\ [x] - [y] = 2x - y \end{cases}$$

を満たす実数 x, y について, 以下の問いに答えよ.

(1) $3x, 3y$ はそれぞれ整数であることを示せ.

(2) x, y の組をすべて求めよ.

【問3】

(1) $2^{63}, 7^{21}, 17^{16}$ を大きい順に並べよ.

(2) 右図のように, 自然数 $1, 2, 3, \dots$ を1を中心として時計回りに渦巻き状に並べる. 中心の1の場所を0行0列とし, 上方向を行の正, 下方向を行の負, 右方向を列の正, 左方向を列の負として, 各数字の位置を表すものとする. 例えば, 数字16は-2行-1列にある. 以下の問いに答えよ.

	21	22	23	·	·
	20	7	8	9	10
	19	6	1	2	11
	18	5	4	3	12
	17	16	15	14	13
·	·	·	·	·	·

(a) 数字1000は, 何行何列の位置にあるか求めよ.

(b) n を自然数とし, n 行0列の位置にある数字を a_n とするとき, a_n を n の式で表せ.

選択問題

【問4】, 【問5】 のいずれか1問を選択し, 解答せよ.

【問4】

- (1) $0 \leq x < 2\pi$, $k > 0$ とする. $(\cos x + 1)(\sin x + 1) = k$ の解の個数が2個となるような定数 k の範囲を求めよ.
- (2) a を実数の定数とする. 不等式 $(x+a)(x+1) \leq 2$ について, 以下の問いに答えよ.
 - (a) $a = 0$ のとき, この不等式を満たす整数 x をすべて求めよ.
 - (b) この不等式を満たす整数 x が, ちょうど3個となるような定数 a の範囲を求めよ.

【問5】

自然数 n に対して, 関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \left(\frac{\log x}{x} \right)^n$$

と定義し, 曲線 $y = f_n(x)$ の接線のうち, 原点を通り, かつ傾きが正であるものを直線 l_n とする. さらに, 曲線 $y = f_n(x)$ と直線 l_n の接点の x 座標を p_n とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 導関数 $f'_n(x)$ を求めよ.
- (2) p_n を求めよ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \{(p_n)^n f_n(p_n)\}$ を求めよ.

[以下余白]

受験 番号	万	千	百	十	一
	カナ氏名				
	氏				
	名				

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

①

数学(数学選抜方式)

(解答用紙)

(その1)

【問1】

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

--	--	--

【問2】

採点欄

--

受験 番号	万	千	百	十	一
	カナ氏名				
	氏				
	名				

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。
 所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

【問1】

(1)

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

--	--	--

【問2】

採点欄

--

数学(数学選抜方式)

(解答用紙)

(その1)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。

①

(2)

(3)

受験番号	万	千	百	十	一
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
カナ氏名	<input type="text"/>				
氏名	<input type="text"/>				

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

② 数学(数学選抜方式)
(解答用紙)
(その2)

【問3】
採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------

【問4】
採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------

【問5】
採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------

受験番号	万	千	百	十	一
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
カナ氏名	<input type="text"/>				
氏名	<input type="text"/>				

(注意) 受験番号は右詰で記入すること。所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

【問3】
(1)

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------

【問4】 選択欄

<input type="checkbox"/>

採点欄イ 採点欄ロ 採点欄ハ

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------

【問5】

<input type="checkbox"/>

(2a)

(2b)

数学(数学選抜方式)
(解答用紙)
(その2)

※問題を写す必要はありません。

※下書きには問題冊子の余白を使用してください。

※裏面は使用しないでください。