試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

数学Ⅰ・数学A

（100 点　70 分）

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。**数，式，言葉は，文字が判読できるよう丁寧に記入しなさい。**

2　この問題冊子は，35 ページあります。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　**選択問題については，いずれか 2 問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　問題冊子は最後に回収します。監督者の指示に従って返却しなさい。

Ⅱ　解答上の注意

〔マークシート式の解答欄について〕

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，符号(−，±)又は数字(0 〜 9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

（例 1）　$\boxed{\text{アイウ}}$ に −83 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

この解答上の注意は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　　答
第2問	必　　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

数学Ⅰ・数学A

第1問 (必答問題)

〔1〕 数学の授業で，2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ についてコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて考察している。

このソフトでは，図1の画面上の $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$ にそれぞれ係数 a，b，c の値を入力すると，その値に応じたグラフが表示される。さらに，$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$ それぞれの下にある ● を左に動かすと係数の値が減少し，右に動かすと係数の値が増加するようになっており，値の変化に応じて2次関数のグラフが座標平面上を動く仕組みになっている。

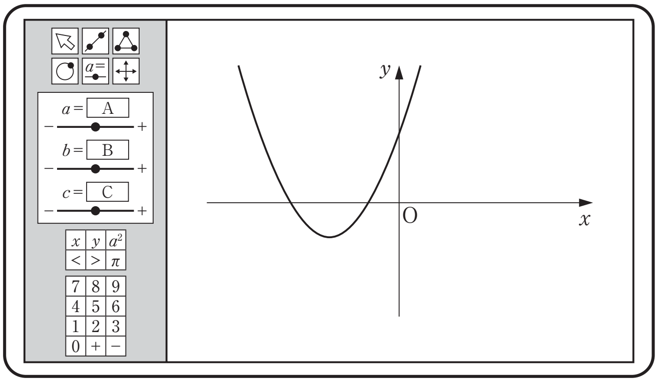
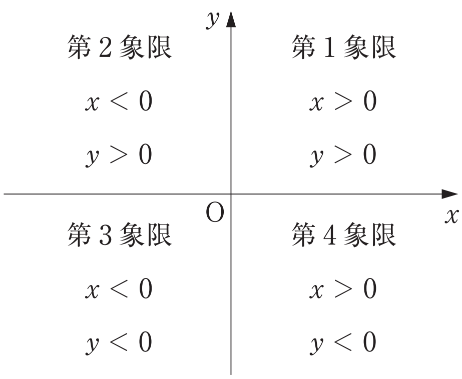


図1

また，座標平面は x 軸，y 軸によって四つの部分に分けられる。これらの各部分を「象限」といい，右の図のように，それぞれを「第1象限」「第2象限」「第3象限」「第4象限」という。ただし，座標軸上の点は，どの象限にも属さないものとする。



このとき，次の問いに答えよ。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(1)　はじめに，図1の画面のように，頂点が第3象限にあるグラフが表示された。このときの a，b，c の値の組合せとして最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ア}}$

	a	b	c
⓪	2	1	3
①	2	-1	3
②	-2	3	-3
③	$\frac{1}{2}$	3	3
④	$\frac{1}{2}$	-3	3
⑤	$-\frac{1}{2}$	3	-3

(2)　次に，a，b の値を(1)の値のまま変えずに，c の値だけを変化させた。このときの頂点の移動について正しく述べたものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{イ}}$

⓪　最初の位置から移動しない。

①　x 軸方向に移動する。

②　y 軸方向に移動する。

③　原点を中心として回転移動する。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(3) また，b，c の値を(1)の値のまま変えずに，a の値だけをグラフが下に凸の状態を維持するように変化させた。このとき，頂点は，$a = \dfrac{b^2}{4c}$ のときは $\boxed{\text{ウ}}$ にあり，それ以外のときは $\boxed{\text{エ}}$ を移動した。$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 原点　① x 軸上　② y 軸上

③ 第3象限のみ　④ 第1象限と第3象限

⑤ 第2象限と第3象限　⑥ 第3象限と第4象限

⑦ 第2象限と第3象限と第4象限　⑧ すべての象限

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(4) 最初の a, b, c の値を変更して，下の図2のようなグラフを表示させた。このとき，a, c の値をこのまま変えずに，b の値だけを変化させても，頂点は第1象限および第2象限には移動しなかった。

その理由を，頂点の y 座標についての不等式を用いて説明せよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(あ)}}$ に記述せよ。

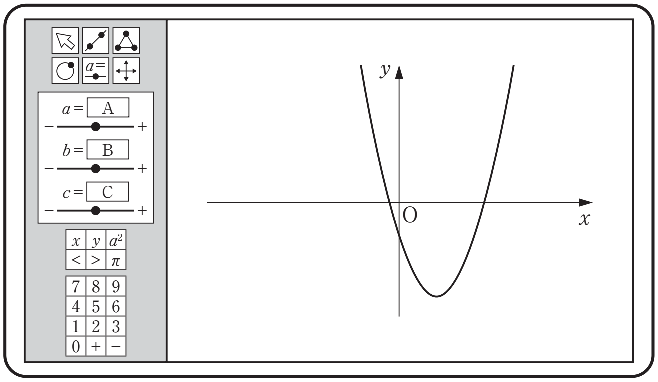


図2

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕 以下の問題では，△ABC に対して，∠A，∠B，∠C の大きさをそれぞれ A，B，C で表すものとする。

ある日，太郎さんと花子さんのクラスでは，数学の授業で先生から次のような宿題が出された。

> **宿題** △ABC において $A = 60^\circ$ であるとする。このとき，
>
> $$X = 4\cos^2 B + 4\sin^2 C - 4\sqrt{3}\cos B \sin C$$
>
> の値について調べなさい。

放課後，太郎さんと花子さんは出された宿題について会話をした。二人の会話を読んで，下の問いに答えよ。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

太郎：A は 60° だけど，B も C も分からないから，方針が立たないよ。

花子：まずは，具体的に一つ例を作って考えてみようよ。もし $B = 90^\circ$ であるとすると，$\cos B =$ $\boxed{\text{オ}}$，$\sin C =$ $\boxed{\text{カ}}$ だね。だから，この場合の X の値を計算すると 1 になるね。

(1) $\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 0　① 1　② -1　③ $\dfrac{1}{2}$　④ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $-\dfrac{1}{2}$　⑦ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　⑧ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

太郎：$B = 13°$ にしてみよう。数学の教科書に三角比の表があるから，それを見ると，$\cos B = 0.9744$ で，$\sin C$ は……あれっ？　表には $0°$ から $90°$ までの三角比の値しか載っていないから分からないね。

花子：そういうときは，$\boxed{\text{キ}}$ という関係を利用したらいいよ。この関係を使うと，教科書の三角比の表から $\sin C = \boxed{\text{ク}}$ だと分かるよ。

太郎：じゃあ，この場合の X の値を電卓を使って計算してみよう。$\sqrt{3}$ は 1.732 として計算すると……あれっ？　ぴったりにはならなかったけど，小数第4位を四捨五入すると，X は 1.000 になったよ！(a)これで，$A = 60°$，$B = 13°$ のときに $X = 1$ になることが証明できたことになるね。さらに，(b)「$A = 60°$ ならば $X = 1$」という命題が真であると証明できたね。

花子：本当にそうなのかな？

(2)　$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の各解答群のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{\text{キ}}$ **の解答群**：

⓪ $\sin(90° - \theta) = \sin\theta$　　① $\sin(90° - \theta) = -\sin\theta$

② $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$　　③ $\sin(90° - \theta) = -\cos\theta$

④ $\sin(180° - \theta) = \sin\theta$　　⑤ $\sin(180° - \theta) = -\sin\theta$

⑥ $\sin(180° - \theta) = \cos\theta$　　⑦ $\sin(180° - \theta) = -\cos\theta$

$\boxed{\text{ク}}$ **の解答群**：

⓪ -3.2709　　① -0.9563　　② 0.9563　　③ 3.2709

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(3)　太郎さんが言った下線部(a)，(b)について，その正誤の組合せとして正しいものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ケ}}$

⓪　下線部(a)，(b)ともに正しい。

①　下線部(a)は正しいが，(b)は誤りである。

②　下線部(a)は誤りであるが，(b)は正しい。

③　下線部(a)，(b)ともに誤りである。

花子：$A = 60°$ ならば $X = 1$ となるかどうかを，数式を使って考えてみようよ。△ABC の外接円の半径を R とするね。すると，$A = 60°$ だから，$\mathrm{BC} = \sqrt{\boxed{\text{コ}}}\,R$ になるね。

太郎：$\mathrm{AB} = \boxed{\text{サ}}$，$\mathrm{AC} = \boxed{\text{シ}}$ になるよ。

---

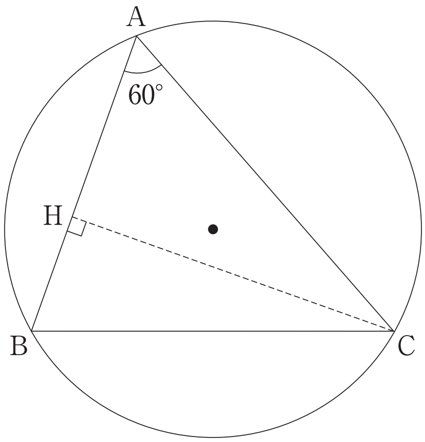
(4)　$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまる数を答えよ。また，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $R\sin B$	① $2R\sin B$	② $R\cos B$	③ $2R\cos B$
④ $R\sin C$	⑤ $2R\sin C$	⑥ $R\cos C$	⑦ $2R\cos C$

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

花子：まず，B が鋭角の場合を考えてみたよ。

<花子さんのノート>



点 C から直線 AB に垂線 CH を引くと

$\mathrm{AH} = \underline{\mathrm{AC}\cos 60^\circ}_{①}$

$\mathrm{BH} = \underline{\mathrm{BC}\cos B}_{②}$

である。AB を AH，BH を用いて表すと

$\mathrm{AB} = \underline{\mathrm{AH} + \mathrm{BH}}_{③}$

であるから

$\underline{\mathrm{AB} = \boxed{\text{ス}}\sin B + \boxed{\text{セ}}\cos B}_{④}$

が得られる。

太郎：さっき，$\mathrm{AB} = \boxed{\text{サ}}$ と求めたから，④の式とあわせると，$X = 1$ となることが証明できたよ。

花子：B が直角のときは，すでに $X = 1$ となることを計算したね。

(c)<u>B が鈍角のときは，証明を少し変えれば</u>，やはり $X = 1$ であることが示せるね。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(5) $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $\frac{1}{2}R$　① $\frac{\sqrt{2}}{2}R$　② $\frac{\sqrt{3}}{2}R$　③ R　④ $\sqrt{2}R$

⑤ $\sqrt{3}R$　⑥ $2R$　⑦ $2\sqrt{2}R$　⑧ $2\sqrt{3}R$

(6) 下線部(c)について，B が鈍角のときには下線部①～③の式のうち修正が必要なものがある。修正が必要な番号についてのみ，修正した式をそれぞれ答えよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(い)}}$ に記述せよ。

花子：今まではずっと $A = 60^\circ$ の場合を考えてきたんだけど，$A = 120^\circ$ で $B = 30^\circ$ の場合を考えてみたよ。$\sin B$ と $\cos C$ の値を求めて，X の値を計算したら，この場合にも 1 になったんだよね。

太郎：わっ，本当だ。計算してみたら X の値は 1 になるね。

(7) △ABC について，次の条件 p，q を考える。

p : $A = 60^\circ$

q : $4\cos^2 B + 4\sin^2 C - 4\sqrt{3}\cos B\sin C = 1$

これまでの太郎さんと花子さんが行った考察をもとに，正しいと判断できるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。$\boxed{\text{ソ}}$

⓪ p は q であるための必要十分条件である。

① p は q であるための必要条件であるが，十分条件でない。

② p は q であるための十分条件であるが，必要条件でない。

③ p は q であるための必要条件でも十分条件でもない。

第２問 （必答問題）

〔１〕 〇〇高校の生徒会では，文化祭でＴシャツを販売し，その利益をボランティア団体に寄付する企画を考えている。生徒会執行部では，できるだけ利益が多くなる価格を決定するために，次のような手順で考えることにした。

価格決定の手順

(i) アンケート調査の実施

200 人の生徒に，「Ｔシャツ１枚の価格がいくらまでであればＴシャツを購入してもよいと思うか」について尋ね，500 円，1000 円，1500 円，2000 円の四つの金額から一つを選んでもらう。

(ii) 業者の選定

無地のＴシャツ代とプリント代を合わせた「製作費用」が最も安い業者を選ぶ。

(iii) Ｔシャツ１枚の価格の決定

価格は「製作費用」と「見込まれる販売数」をもとに決めるが，販売時に釣り銭の処理で手間取らないよう 50 の倍数の金額とする。

下の表１は，アンケート調査の結果である。生徒会執行部では，例えば，価格が 1000 円のときには 1500 円や 2000 円と回答した生徒も１枚購入すると考えて，それぞれの価格に対し，その価格以上の金額を回答した生徒の人数を「累積人数」として表示した。

表１

Ｔシャツ１枚の価格(円)	人数(人)	累積人数(人)
2000	50	50
1500	43	93
1000	61	154
500	46	200

このとき，次の問いに答えよ。

(数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。)

(1)　売上額は

(売上額) ＝ (Tシャツ1枚の価格) × (販売数)

と表せるので，生徒会執行部では，アンケートに回答した200人の生徒について，調査結果をもとに，表1にない価格の場合についても販売数を予測することにした。そのために，Tシャツ1枚の価格を x 円，このときの販売数を y 枚とし，x と y の関係を調べることにした。

表1のTシャツ1枚の価格と $\boxed{\text{ア}}$ の値の組を $(x,\ y)$ として座標平面上に表すと，その4点が直線に沿って分布しているように見えたので，この直線を，Tシャツ1枚の価格 x と販売数 y の関係を表すグラフとみなすことにした。

このとき，y は x の $\boxed{\text{イ}}$ であるので，売上額を $S(x)$ とおくと，$S(x)$ は x の $\boxed{\text{ウ}}$ である。このように考えると，表1にない価格の場合についても売上額を予測することができる。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ に入るものとして最も適当なものを，次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　人数　　①　累積人数　　②　製作費用　　③　比例

④　反比例　　⑤　1次関数　　⑥　2次関数

生徒会執行部が(1)で考えた直線は，表1を用いて座標平面上にとった4点のうち x の値が最小の点と最大の点を通る直線である。この直線を用いて，次の問いに答えよ。

(2)　売上額 $S(x)$ が最大になる x の値を求めよ。$\boxed{\text{エオカキ}}$

(3)　Tシャツ1枚当たりの「製作費用」が400円の業者に120枚を依頼することにしたとき，利益が最大になるTシャツ1枚の価格を求めよ。

$\boxed{\text{クケコサ}}$ 円

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔2〕 地方の経済活性化のため，太郎さんと花子さんは観光客の消費に着目し，その拡大に向けて基礎的な情報を整理することにした。以下は，都道府県別の統計データを集め，分析しているときの二人の会話である。会話を読んで下の問いに答えよ。ただし，東京都，大阪府，福井県の3都府県のデータは含まれていない。また，以後の問題文では「道府県」を単に「県」として表記する。

太郎：各県を訪れた観光客数を x 軸，消費総額を y 軸にとり，散布図をつくると図1のようになったよ。
花子：消費総額を観光客数で割った消費額単価が最も高いのはどこかな。
太郎：元のデータを使って県ごとに割り算をすれば分かるよ。
北海道は……。44回も計算するのは大変だし，間違えそうだな。
花子：図1を使えばすぐ分かるよ。

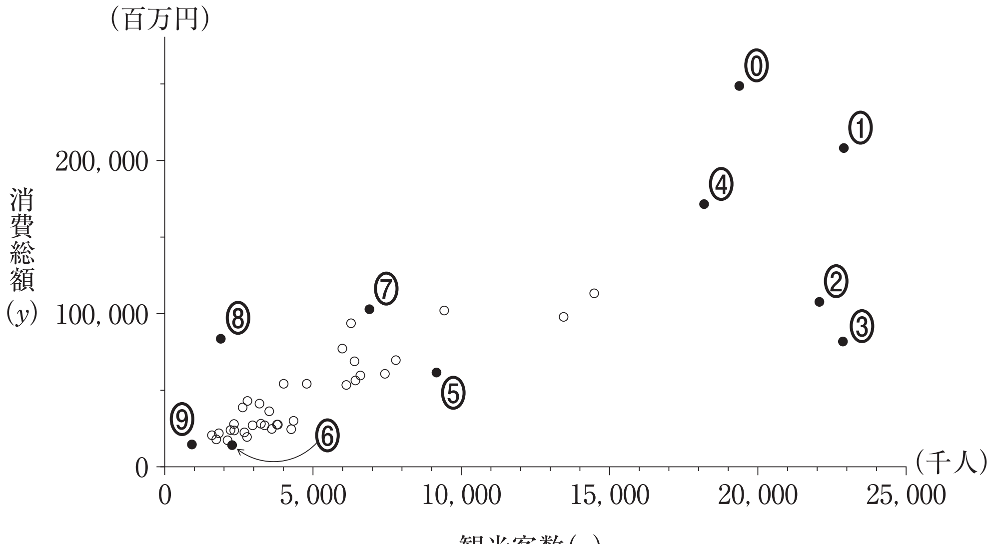


図1

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(1) 図1の観光客数と消費総額の間の相関係数に最も近い値を，次の⓪～④のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{シ}}$

⓪ −0.85　① −0.52　② 0.02　③ 0.34　④ 0.83

(2) 44県それぞれの消費額単価を計算しなくても，図1の散布図から消費額単価が最も高い県を表す点を特定することができる。その方法を，「直線」という単語を用いて説明せよ。解答は，解答欄 $\boxed{(う)}$ に記述せよ。

(3) 消費額単価が最も高い県を表す点を，図1の⓪～⑨のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ス}}$

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

花子：元のデータを見ると消費額単価が最も高いのは沖縄県だね。沖縄県の消費額単価が高いのは，県外からの観光客数の影響かな。

太郎：県内からの観光客と県外からの観光客とに分けて44県の観光客数と消費総額を箱ひげ図で表すと図2のようになったよ。

花子：私は県内と県外からの観光客の消費額単価をそれぞれ横軸と縦軸にとって図3の散布図をつくってみたよ。沖縄県は県内，県外ともに観光客の消費額単価は高いね。それに，北海道，鹿児島県，沖縄県は全体の傾向から外れているみたい。

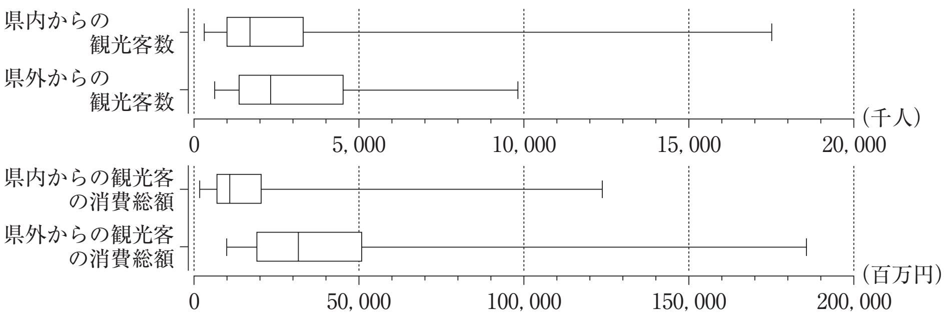


図2

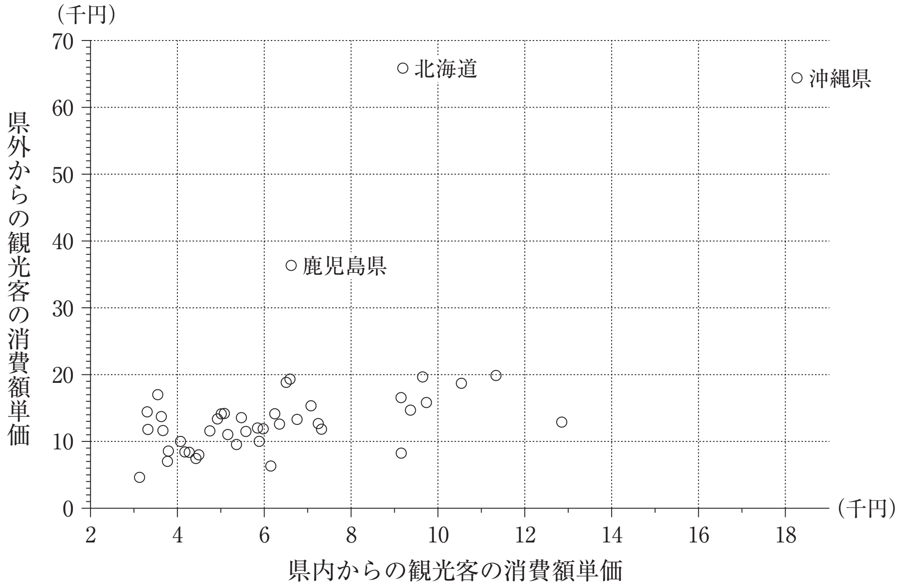


図3

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(4) 図2，図3から読み取れる事柄として正しいものを，次の⓪～④のうちから二つ選べ。 $\boxed{\text{セ}}$

⓪ 44県の半分の県では，県内からの観光客数よりも県外からの観光客数の方が多い。

① 44県の半分の県では，県内からの観光客の消費総額よりも県外からの観光客の消費総額の方が高い。

② 44県の4分の3以上の県では，県外からの観光客の消費額単価の方が県内からの観光客の消費額単価より高い。

③ 県外からの観光客の消費額単価の平均値は，北海道，鹿児島県，沖縄県を除いた41県の平均値の方が44県の平均値より小さい。

④ 北海道，鹿児島県，沖縄県を除いて考えると，県内からの観光客の消費額単価の分散よりも県外からの観光客の消費額単価の分散の方が小さい。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(5) 二人は県外からの観光客に焦点を絞って考えることにした。

花子：県外からの観光客数を増やすには，イベントなどを増やしたらいいんじゃないかな。

太郎：44 県の行祭事・イベントの開催数と県外からの観光客数を散布図にすると，図 4 のようになったよ。

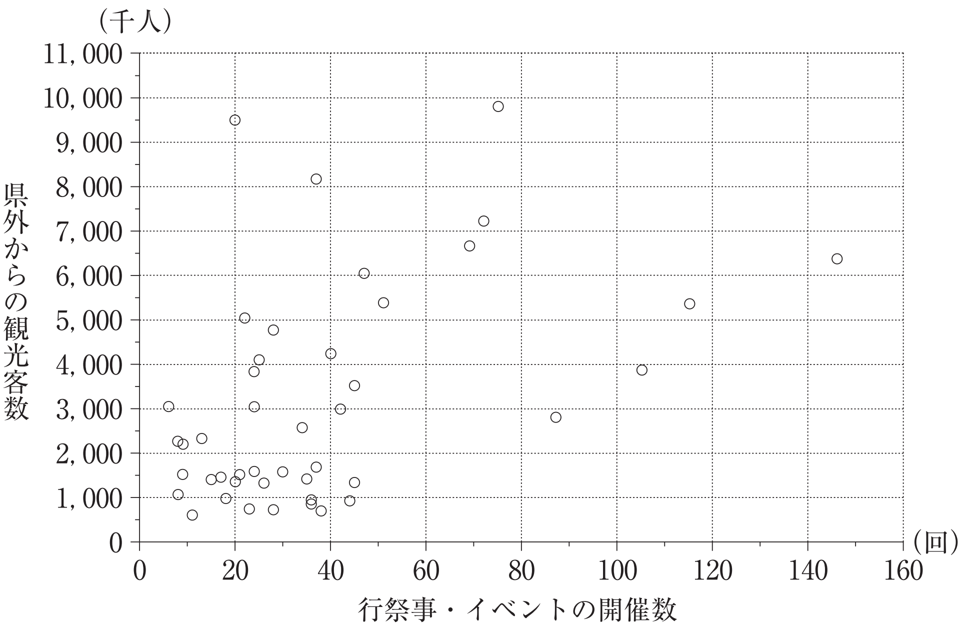


図 4

(数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。)

図4から読み取れることとして最も適切な記述を，次の⓪～④のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ソ}}$

⓪ 44県の行祭事・イベント開催数の中央値は，その平均値よりも大きい。

① 行祭事・イベントを多く開催し過ぎると，県外からの観光客数は減ってしまう傾向がある。

② 県外からの観光客数を増やすには行祭事・イベントの開催数を増やせばよい。

③ 行祭事・イベントの開催数が最も多い県では，行祭事・イベントの開催一回当たりの県外からの観光客数は6,000千人を超えている。

④ 県外からの観光客数が多い県ほど，行祭事・イベントを多く開催している傾向がある。

（本問題の図は，「共通基準による観光入込客統計」（観光庁）をもとにして作成している。）

第3問 （選択問題）

高速道路には，渋滞状況が表示されていることがある。目的地に行く経路が複数ある場合は，渋滞中を示す表示を見て経路を決める運転手も少なくない。太郎さんと花子さんは渋滞中の表示と車の流れについて，仮定をおいて考えてみることにした。

A地点(入口)からB地点(出口)に向かって北上する高速道路には，図1のように分岐点A，C，Eと合流点B，Dがある。①，②，③は主要道路であり，④，⑤，⑥，⑦は迂(う)回道路である。ただし，矢印は車の進行方向を表し，図1の経路以外にA地点からB地点に向かう経路はないとする。また，各分岐点A，C，Eには，それぞれ①と④，②と⑦，⑤と⑥の渋滞状況が表示される。

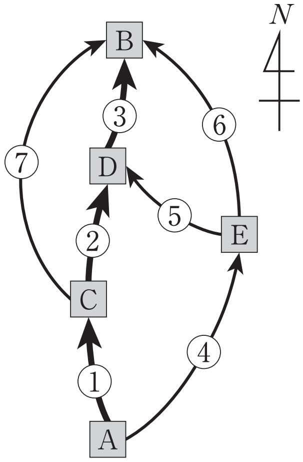


図1

太郎さんと花子さんは，まず渋滞中の表示がないときに，A，C，Eの各分岐点において運転手がどのような選択をしているか調査した。その結果が表1である。

表1

調査日	地点	台数	選択した道路	台数
5月10日	A	1183	①	1092
			④	91
5月11日	C	1008	②	882
			⑦	126
5月12日	E	496	⑤	248
			⑥	248

これに対して太郎さんは，運転手の選択について，次のような仮定をおいて確率を使って考えることにした。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

太郎さんの仮定

(i)　表1の選択の割合を確率とみなす。

(ii)　分岐点において，二つの道路のいずれにも渋滞中の表示がない場合，またはいずれにも渋滞中の表示がある場合，運転手が道路を選択する確率は(i)でみなした確率とする。

(iii)　分岐点において，片方の道路にのみ渋滞中の表示がある場合，運転手が渋滞中の表示のある道路を選択する確率は(i)でみなした確率の $\frac{2}{3}$ 倍とする。

ここで，(i)の選択の割合を確率とみなすとは，例えばA地点の分岐において④の道路を選択した割合 $\frac{91}{1183}=\frac{1}{13}$ を④の道路を選択する確率とみなすということである。

太郎さんの仮定のもとで，次の問いに答えよ。

(1)　すべての道路に渋滞中の表示がない場合，A地点の分岐において運転手が①の道路を選択する確率を求めよ。$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$

(2)　すべての道路に渋滞中の表示がない場合，A地点からB地点に向かう車がD地点を通過する確率を求めよ。$\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$

(3)　すべての道路に渋滞中の表示がない場合，A地点からB地点に向かう車でD地点を通過した車が，E地点を通過していた確率を求めよ。$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$

(4)　①の道路にのみ渋滞中の表示がある場合，A地点からB地点に向かう車がD地点を通過する確率を求めよ。$\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

各道路を通過する車の台数が1000台を超えると車の流れが急激に悪くなる。一方で各道路の通過台数が1000台を超えない限り，主要道路である①，②，③をより多くの車が通過することが社会の効率化に繋がる。したがって，各道路の通過台数が1000台を超えない範囲で，①，②，③をそれぞれ通過する台数の合計が最大になるようにしたい。

このことを踏まえて，花子さんは，太郎さんの仮定を参考にしながら，次のような仮定をおいて考えることにした。

花子さんの仮定

(i) 分岐点において，二つの道路のいずれにも渋滞中の表示がない場合，またはいずれにも渋滞中の表示がある場合，それぞれの道路に進む車の割合は表1の割合とする。

(ii) 分岐点において，片方の道路にのみ渋滞中の表示がある場合，渋滞中の表示のある道路に進む車の台数の割合は表1の割合の $\frac{2}{3}$ 倍とする。

過去のデータから5月13日にA地点からB地点に向かう車は1560台と想定している。そこで，花子さんの仮定のもとでこの台数を想定してシミュレーションを行った。このとき，次の問いに答えよ。

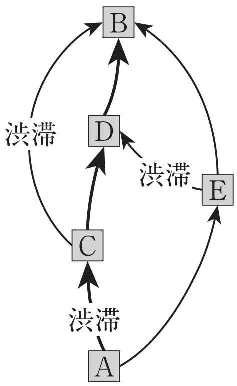
（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(5)　すべての道路に渋滞中の表示がない場合，①を通過する台数は $\boxed{\text{タチツテ}}$ 台となる。よって，①の通過台数を 1000 台以下にするには，①に渋滞中の表示を出す必要がある。

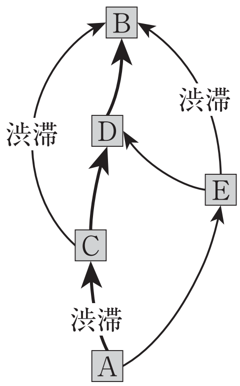
①に渋滞中の表示を出した場合，①の通過台数は $\boxed{\text{トナニ}}$ 台となる。

(6)　各道路の通過台数が 1000 台を超えない範囲で，①，②，③をそれぞれ通過する台数の合計を最大にするには，渋滞中の表示を $\boxed{\text{ヌ}}$ のようにすればよい。$\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

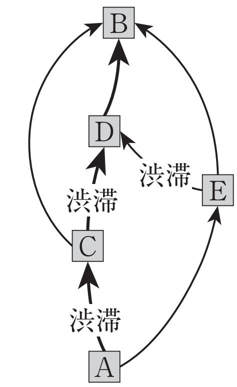
⓪



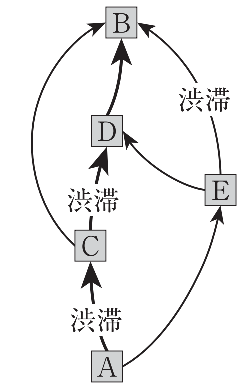
①



②

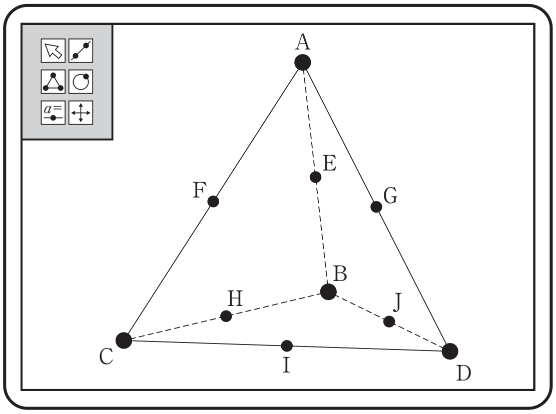


③



第4問 （選択問題）

花子さんと太郎さんは，正四面体ABCDの各辺の中点を次の図のようにE，F，G，H，I，Jとしたときに成り立つ性質について，コンピュータソフトを使いながら，下のように話している。二人の会話を読んで，下の問いに答えよ。



花子：四角形FHJGは平行四辺形に見えるけれど，正方形ではないかな。

太郎：4辺の長さが等しいことは，簡単に証明できそうだよ。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(1) 太郎さんは四角形 FHJG の 4 辺の長さが等しいことを，次のように証明した。

太郎さんの証明

> $\boxed{\text{ア}}$ により，四角形 FHJG の各辺の長さはいずれも正四面体 ABCD の 1 辺の長さの $\boxed{\text{イ}}$ 倍であるから，4 辺の長さが等しくなる。

(i) $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

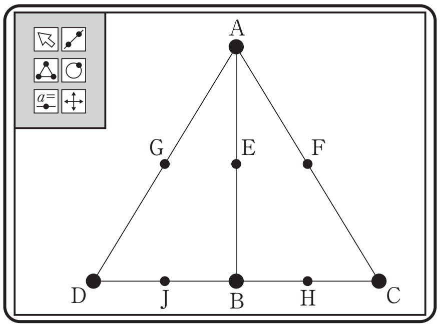
⓪ 中線定理　① 方べきの定理　② 三平方の定理
③ 中点連結定理　④ 円周角の定理

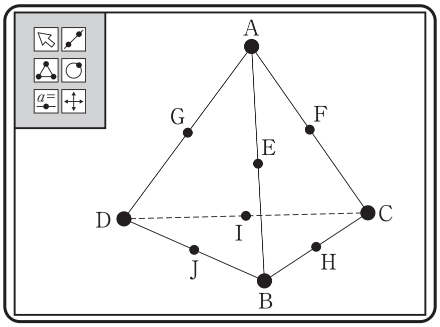
(ii) $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

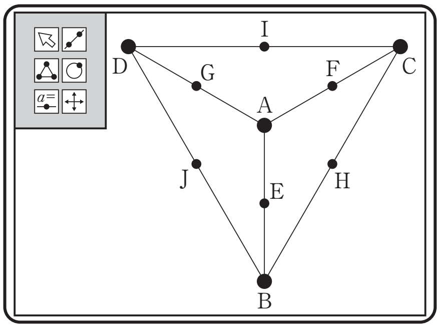
⓪ 2　① $\frac{3}{4}$　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{3}$

(数学Ⅰ・数学A第 4 問は次ページに続く。)

(2) 花子さんは，太郎さんの考えをもとに，正四面体をいろいろな方向から見て，四角形 FHJG が正方形であることの証明について，下のような構想をもとに，実際に証明した。







花子さんの構想

四角形において，4辺の長さが等しいことは正方形であるための $\boxed{\text{ウ}}$。さらに，対角線 FJ と GH の長さが等しいことがいえれば，四角形 FHJG が正方形であることの証明となるので，△FJC と △GHD が合同であることを示したい。

しかし，この二つの三角形が合同であることの証明は難しいので，別の三角形の組に着目する。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

花子さんの証明

点F，点Gはそれぞれ AC，AD の中点なので，二つの三角形 **エ** と **オ** に着目する。 エ と オ は3辺の長さがそれぞれ等しいので合同である。このとき， エ と オ は **カ** で，F と G はそれぞれ AC，AD の中点なので，FJ = GH である。

よって，四角形 FHJG は，4辺の長さが等しく対角線の長さが等しいので正方形である。

(i) **ウ** に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要条件であるが十分条件でない

① 十分条件であるが必要条件でない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

(ii) **エ** ， **オ** に当てはまるものが，次の⓪～⑤の中にある。当てはまるものを一つずつ選べ。ただし， エ と オ の解答の順序は問わない。

⓪ △AGH　　① △AIB　　② △AJC

③ △AHD　　④ △AHC　　⑤ △AJD

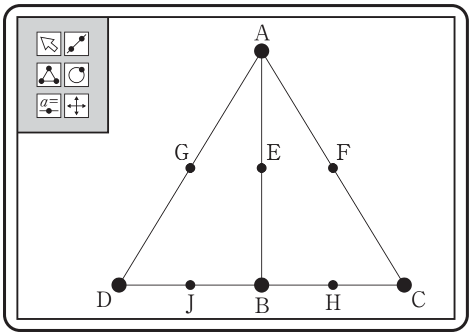
(iii) **カ** に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

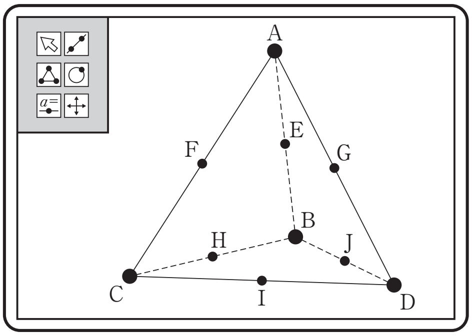
⓪ 正三角形　　① 二等辺三角形

② 直角三角形　　③ 直角二等辺三角形

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

四角形FHJGが正方形であることを証明した太郎さんと花子さんは，さらに，正四面体ABCDにおいて成り立つ他の性質を見いだし，下のように話している。





花子：線分EIと辺CDは垂直に交わるね。

太郎：そう見えるだけかもしれないよ。証明できる？

花子：(a)辺CDは線分AIともBIとも垂直だから，(b)線分EIと辺CDは垂直といえるよ。

太郎：そうか……。ということは，(c)この性質は，四面体ABCDが正四面体でなくても成り立つ場合がありそうだね。

(3) 下線部(a)から下線部(b)を導く過程で用いる性質として正しいものを，次の⓪～④のうちからすべて選べ。 $\boxed{\text{キ}}$

⓪ 平面 α 上にある直線 ℓ と平面 α 上にない直線 m が平行ならば，$\alpha \parallel m$ である。

① 平面 α 上にある直線 ℓ，m が点Pで交わっているとき，点Pを通り平面 α 上にない直線 n が直線 ℓ，m に垂直ならば，$\alpha \perp n$ である。

② 平面 α と直線 ℓ が点Pで交わっているとき，$\alpha \perp \ell$ ならば，平面 α 上の点Pを通るすべての直線 m に対して，$\ell \perp m$ である。

③ 平面 α 上にある直線 ℓ，m がともに平面 α 上にない直線 n に垂直ならば，$\alpha \perp n$ である。

④ 平面 α 上に直線 ℓ，平面 β 上に直線 m があるとき，$\alpha \perp \beta$ ならば，$\ell \perp m$ である。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(4) 下線部(c)について，太郎さんと花子さんは正四面体でない場合についても考えてみることにした。

四面体 ABCD において，AB，CD の中点をそれぞれ E，I とするとき，下線部(b)が常に成り立つ条件について，次のように考えた。

太郎さんが考えた条件：　AC ＝ AD，BC ＝ BD

花子さんが考えた条件：　BC ＝ AD，AC ＝ BD

四面体 ABCD において，下線部(b)が成り立つ条件について正しく述べているものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ク}}$

⓪ 太郎さんが考えた条件，花子さんが考えた条件のどちらにおいても常に成り立つ。

① 太郎さんが考えた条件では常に成り立つが，花子さんが考えた条件では必ずしも成り立つとは限らない。

② 太郎さんが考えた条件では必ずしも成り立つとは限らないが，花子さんが考えた条件では常に成り立つ。

③ 太郎さんが考えた条件，花子さんが考えた条件のどちらにおいても必ずしも成り立つとは限らない。

第5問 （選択問題）

n を3以上の整数とする。紙に正方形のマスが縦横とも $(n-1)$ 個ずつ並んだマス目を書く。その $(n-1)^2$ 個のマスに，以下の**ルール**に従って数字を一つずつ書き込んだものを「方盤」と呼ぶことにする。なお，横の並びを「行」，縦の並びを「列」という。

ルール：上から k 行目，左から ℓ 列目のマスに，k と ℓ の積を n で割った余りを記入する。

$n=3$，$n=4$ のとき，方盤はそれぞれ下の図1，図2のようになる。

1	2
2	1

図1

1	2	3
2	0	2
3	2	1

図2

例えば，図2において，上から2行目，左から3列目には，$2\times3=6$ を4で割った余りである2が書かれている。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $n=8$ のとき，下の図3の方盤の A に当てはまる数を答えよ。 $\boxed{\text{ア}}$

		A				

図3

また，図3の方盤の上から5行目に並ぶ数のうち，1が書かれているのは左から何列目であるかを答えよ。左から $\boxed{\text{イ}}$ 列目

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

(2) $n=7$ のとき，下の図4のように，方盤のいずれのマスにも0が現れない。

1	2	3	4	5	6
2	4	6	1	3	5
3	6	2	5	1	4
4	1	5	2	6	3
5	3	1	6	4	2
6	5	4	3	2	1

図4

このように，方盤のいずれのマスにも0が現れないための，n に関する必要十分条件を，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ウ}}$

⓪ n が奇数であること。

① n が4で割って3余る整数であること。

② n が2の倍数でも5の倍数でもない整数であること。

③ n が素数であること。

④ n が素数ではないこと。

⑤ $n-1$ と n が互いに素であること。

(数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。)

(3) n の値がもっと大きい場合を考えよう。方盤においてどの数字がどのマスにあるかは，整数の性質を用いると簡単に求めることができる。

$n = 56$ のとき，方盤の上から 27 行目に並ぶ数のうち，1 は左から何列目にあるかを考えよう。

(i) 方盤の上から 27 行目，左から ℓ 列目の数が 1 であるとする(ただし，$1 \leqq \ell \leqq 55$)。ℓ を求めるためにはどのようにすれば良いか。正しいものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。$\boxed{\text{エ}}$

⓪ 1 次不定方程式 $27\ell - 56m = 1$ の整数解のうち，$1 \leqq \ell \leqq 55$ を満たすものを求める。

① 1 次不定方程式 $27\ell - 56m = -1$ の整数解のうち，$1 \leqq \ell \leqq 55$ を満たすものを求める。

② 1 次不定方程式 $56\ell - 27m = 1$ の整数解のうち，$1 \leqq \ell \leqq 55$ を満たすものを求める。

③ 1 次不定方程式 $56\ell - 27m = -1$ の整数解のうち，$1 \leqq \ell \leqq 55$ を満たすものを求める。

(ii) (i)で選んだ方法により，方盤の上から 27 行目に並ぶ数のうち，1 は左から何列目にあるかを求めよ。左から $\boxed{\text{オカ}}$ 列目

(数学Ⅰ・数学A第 5 問は次ページに続く。)

(4) $n = 56$ のとき，方盤の各行にそれぞれ何個の 0 があるか考えよう。

(i) 方盤の上から 24 行目には 0 が何個あるか考える。

左から ℓ 列目が 0 であるための必要十分条件は，24ℓ が 56 の倍数であること，すなわち，ℓ が $\boxed{キ}$ の倍数であることである。したがって，上から 24 行目には 0 が $\boxed{ク}$ 個ある。

(ii) 上から 1 行目から 55 行目までのうち，0 の個数が最も多いのは上から何行目であるか答えよ。上から $\boxed{ケコ}$ 行目

(5) $n = 56$ のときの方盤について，正しいものを，次の⓪～⑤のうちからすべて選べ。$\boxed{サ}$

⓪ 上から 5 行目には 0 がある。
① 上から 6 行目には 0 がある。
② 上から 9 行目には 1 がある。
③ 上から 10 行目には 1 がある。
④ 上から 15 行目には 7 がある。
⑤ 上から 21 行目には 7 がある。

なお，同一の問題文中に $\boxed{\textbf{ア}}$，$\boxed{\textbf{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

また，「すべて選べ」や「二つ選べ」などの指示のある問いに対して複数解答する場合は，同じ解答欄に符号又は数字を**複数マーク**しなさい。

例えば，$\boxed{\textbf{エ}}$ と表示のある問いに対して①，④と解答する場合は，次の（例２）のように**解答欄エ**の①，④に**それぞれマーク**しなさい。

（例２）

エ	⊖ ⊕ ⓪ ❶ ② ③ ❹ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

２　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\textbf{オカ}}}{\boxed{\textbf{キ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

３　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\textbf{ク}}$．$\boxed{\textbf{ケコ}}$ に 2.5 と答えたいときは，2.50 として答えなさい。

４　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\textbf{サ}}\sqrt{\boxed{\textbf{シ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

〔記述式の解答欄について〕

$\boxed{\text{(あ)}}$，$\boxed{\text{(い)}}$ などには，特に指示がない限り，枠内に数式や言葉を記述して答えなさい。記述は複数行になってもよいが，枠内に入るようにしなさい。枠外に記述している答案は採点の対象外とします。