数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

数学Ⅱ・数学B

（注）この科目には，選択問題があります。(23ページ参照。)

第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 座標平面上に点A$(-8,\ 0)$をとる。また，不等式

$$x^2+y^2-4x-10y+4 \leqq 0$$

の表す領域をDとする。

(1) 領域Dは，中心が点$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$，半径が$\boxed{\text{ウ}}$の円の

$\boxed{\text{エ}}$である。

$\boxed{\text{エ}}$の解答群

⓪ 周	① 内　部	② 外　部
③ 周および内部	④ 周および外部	

以下，点$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$をQとし，方程式

$$x^2+y^2-4x-10y+4=0$$

の表す図形をCとする。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) 点Aを通る直線と領域 D が共有点をもつのはどのようなときかを考えよう。

(i) (1)により，直線 $y=$ $\boxed{\text{オ}}$ は点Aを通る C の接線の一つとなることがわかる。

太郎さんと花子さんは点Aを通る C のもう一つの接線について話している。

点Aを通り，傾きが k の直線を ℓ とする。

太郎：直線 ℓ の方程式は $y=k(x+8)$ と表すことができるから，
これを
$$x^2+y^2-4x-10y+4=0$$
に代入することで接線を求められそうだね。

花子：x 軸と直線AQのなす角のタンジェントに着目することでも求められそうだよ。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(ii) 太郎さんの求め方について考えてみよう。

$y = k(x + 8)$ を $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$ に代入すると，x についての2次方程式

$(k^2 + 1)x^2 + (16k^2 - 10k - 4)x + 64k^2 - 80k + 4 = 0$

が得られる。この方程式が $\boxed{\text{カ}}$ ときの k の値が接線の傾きとなる。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ 重解をもつ

① 異なる二つの実数解をもち，一つは0である

② 異なる二つの正の実数解をもつ

③ 正の実数解と負の実数解をもつ

④ 異なる二つの負の実数解をもつ

⑤ 異なる二つの虚数解をもつ

(iii) 花子さんの求め方について考えてみよう。

x 軸と直線AQのなす角を θ $\left(0 < \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$ とすると

$$\tan\theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であり，直線 $y = \boxed{\text{オ}}$ と異なる接線の傾きは $\tan\boxed{\text{ケ}}$ と表すことができる。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ θ	① 2θ	② $\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$
③ $\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$	④ $(\theta + \pi)$	⑤ $(\theta - \pi)$
⑥ $\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right)$	⑦ $\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right)$	

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(iv) 点Aを通るCの接線のうち，直線$y =$ $\boxed{\text{オ}}$ と異なる接線の傾きをk_0とする。このとき，(ii)または(iii)の考え方を用いることにより

$$k_0 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であることがわかる。

直線ℓと領域Dが共有点をもつようなkの値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ $k > k_0$	① $k \geqq k_0$
② $k < k_0$	③ $k \leqq k_0$
④ $0 < k < k_0$	⑤ $0 \leqq k \leqq k_0$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

〔2〕 a, b は正の実数であり，$a \neq 1$, $b \neq 1$ を満たすとする。太郎さんは $\log_a b$ と $\log_b a$ の大小関係を調べることにした。

(1) 太郎さんは次のような考察をした。

まず，$\log_3 9 = \boxed{\text{ス}}$，$\log_9 3 = \dfrac{1}{\boxed{\text{ス}}}$ である。この場合

$\log_3 9 > \log_9 3$

が成り立つ。

一方，$\log_{\frac{1}{4}} \boxed{\text{セ}} = -\dfrac{3}{2}$，$\log_{\boxed{\text{セ}}} \dfrac{1}{4} = -\dfrac{2}{3}$ である。この場合

$\log_{\frac{1}{4}} \boxed{\text{セ}} < \log_{\boxed{\text{セ}}} \dfrac{1}{4}$

が成り立つ。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) ここで

$\log_a b = t$ …………………………… ①

とおく。

(1)の考察をもとにして，太郎さんは次の式が成り立つと推測し，それが正しいことを確かめることにした。

$\log_b a = \dfrac{1}{t}$ …………………………… ②

①により，$\boxed{\text{ソ}}$ である。このことにより $\boxed{\text{タ}}$ が得られ，②が成り立つことが確かめられる。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ $a^b = t$	① $a^t = b$	② $b^a = t$
③ $b^t = a$	④ $t^a = b$	⑤ $t^b = a$

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

⓪ $a = t^{\frac{1}{b}}$	① $a = b^{\frac{1}{t}}$	② $b = t^{\frac{1}{a}}$
③ $b = a^{\frac{1}{t}}$	④ $t = b^{\frac{1}{a}}$	⑤ $t = a^{\frac{1}{b}}$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) 次に，太郎さんは(2)の考察をもとにして

$$t > \frac{1}{t} \quad \cdots\cdots ③$$

を満たす実数 t ($t \neq 0$) の値の範囲を求めた。

太郎さんの考察

$t > 0$ ならば，③の両辺に t を掛けることにより，$t^2 > 1$ を得る。このような t ($t > 0$) の値の範囲は $1 < t$ である。

$t < 0$ ならば，③の両辺に t を掛けることにより，$t^2 < 1$ を得る。このような t ($t < 0$) の値の範囲は $-1 < t < 0$ である。

この考察により，③を満たす t ($t \neq 0$) の値の範囲は

$-1 < t < 0$，$1 < t$

であることがわかる。

ここで，a の値を一つ定めたとき，不等式

$$\log_a b > \log_b a \quad \cdots\cdots ④$$

を満たす実数 b ($b > 0$，$b \neq 1$) の値の範囲について考える。

④を満たす b の値の範囲は，$a > 1$ のときは $\boxed{チ}$ であり，$0 < a < 1$ のときは $\boxed{ツ}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

⓪ $0 < b < \dfrac{1}{a}$，$1 < b < a$	① $0 < b < \dfrac{1}{a}$，$a < b$
② $\dfrac{1}{a} < b < 1$，$1 < b < a$	③ $\dfrac{1}{a} < b < 1$，$a < b$

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

⓪ $0 < b < a$，$1 < b < \dfrac{1}{a}$	① $0 < b < a$，$\dfrac{1}{a} < b$
② $a < b < 1$，$1 < b < \dfrac{1}{a}$	③ $a < b < 1$，$\dfrac{1}{a} < b$

(4) $p = \dfrac{12}{13}$，$q = \dfrac{12}{11}$，$r = \dfrac{14}{13}$ とする。

次の⓪～③のうち，正しいものは $\boxed{\text{テ}}$ である。

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$

① $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$

② $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$

③ $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$

第２問 （必答問題）（配点　30）

〔１〕 a を実数とし，$f(x) = x^3 - 6ax + 16$ とおく。

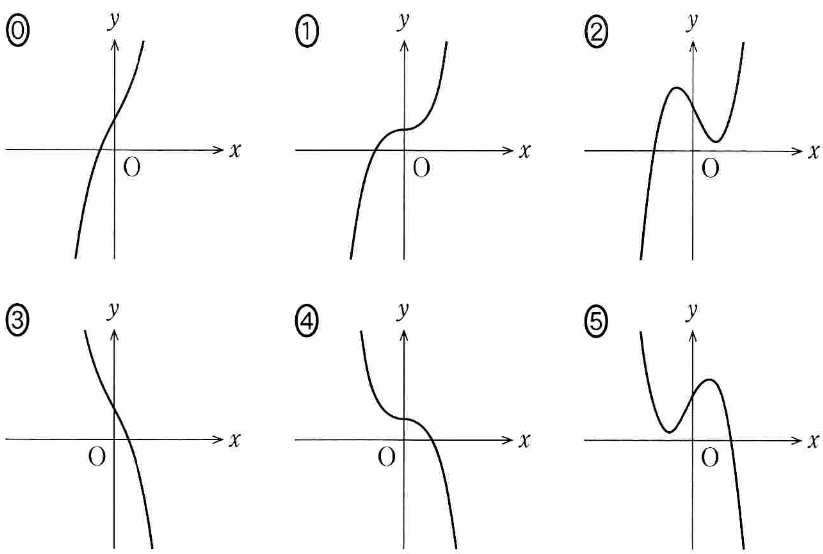
(1) $y = f(x)$ のグラフの概形は

$a = 0$ のとき，$\boxed{\text{ア}}$

$a < 0$ のとき，$\boxed{\text{イ}}$

である。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。



（数学Ⅱ・数学B第２問は次ページに続く。）

(2) $a>0$ とし，p を実数とする。座標平面上の曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が3個の共有点をもつような p の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}<p<\boxed{\text{エ}}$ である。

$p=\boxed{\text{ウ}}$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ は2個の共有点をもつ。それらの x 座標を q，r $(q<r)$ とする。曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が点 $(r,\ p)$ で接することに注意すると

$$q=\boxed{\text{オカ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\,a^{\frac{1}{2}},\quad r=\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,a^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $2\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}}+16$	① $-2\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}}+16$
② $4\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}}+16$	③ $-4\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}}+16$
④ $8\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}}+16$	⑤ $-8\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}}+16$

(3) 方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の⓪～⑤のうち，正しいものは $\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

⓪ $n=1$ ならば $a<0$	① $a<0$ ならば $n=1$
② $n=2$ ならば $a<0$	③ $a<0$ ならば $n=2$
④ $n=3$ ならば $a>0$	⑤ $a>0$ ならば $n=3$

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

〔2〕 $b > 0$ とし，$g(x) = x^3 - 3bx + 3b^2$，$h(x) = x^3 - x^2 + b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y = g(x)$ を C_1，曲線 $y = h(x)$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は2点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ α，β $(\alpha < \beta)$ とすると，$\alpha = \boxed{サ}$，$\beta = \boxed{シス}$ である。

$\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。また，$t > \beta$ とし，$\beta \leqq x \leqq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x = t$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$S = \int_\alpha^\beta \boxed{セ}\, dx$$

$$T = \int_\beta^t \boxed{ソ}\, dx$$

$$S - T = \int_\alpha^t \boxed{タ}\, dx$$

であるので

$$S - T = \frac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}\left(2t^3 - \boxed{ト}\,bt^2 + \boxed{ナニ}\,b^2 t - \boxed{ヌ}\,b^3\right)$$

が得られる。

したがって，$S = T$ となるのは $t = \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}b$ のときである。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{セ}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $\{g(x)+h(x)\}$	① $\{g(x)-h(x)\}$
② $\{h(x)-g(x)\}$	③ $\{2\,g(x)+2\,h(x)\}$
④ $\{2\,g(x)-2\,h(x)\}$	⑤ $\{2\,h(x)-2\,g(x)\}$
⑥ $2\,g(x)$	⑦ $2\,h(x)$

第3問 （選択問題） （配点 20）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて41ページの正規分布表を用いてもよい。

ジャガイモを栽培し販売している会社に勤務する花子さんは，A地区とB地区で収穫されるジャガイモについて調べることになった。

(1) A地区で収穫されるジャガイモには1個の重さが200gを超えるものが25％含まれることが経験的にわかっている。花子さんはA地区で収穫されたジャガイモから400個を無作為に抽出し，重さを計測した。そのうち，重さが200gを超えるジャガイモの個数を表す確率変数をZとする。このときZは二項分布$B\left(400,\ 0.\boxed{\text{アイ}}\right)$に従うから，$Z$の平均(期待値)は$\boxed{\text{ウエオ}}$である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) Zを(1)の確率変数とし，A 地区で収穫されたジャガイモ400個からなる標本において，重さが200 g を超えていたジャガイモの標本における比率を$R = \dfrac{Z}{400}$とする。このとき，Rの標準偏差は$\sigma(R) = $ $\boxed{\text{カ}}$ である。

標本の大きさ400は十分に大きいので，Rは近似的に正規分布$N\left(0.\boxed{\text{アイ}},\ \left(\boxed{\text{カ}}\right)^2\right)$に従う。

したがって，$P(R \geqq x) = 0.0465$となるようなxの値は $\boxed{\text{キ}}$ となる。ただし，$\boxed{\text{キ}}$ の計算においては$\sqrt{3} = 1.73$とする。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{3}{6400}$	① $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$	② $\dfrac{\sqrt{3}}{80}$	③ $\dfrac{3}{40}$

$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 0.209	① 0.251	② 0.286	③ 0.395

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(3) B地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ1個の重さは100 gから300 gの間に分布している。B地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ1個の重さを表す確率変数をXとするとき，Xは連続型確率変数であり，Xのとり得る値xの範囲は$100 \leqq x \leqq 300$である。

花子さんは，B地区で収穫され，出荷される予定のすべてのジャガイモのうち，重さが200 g以上のものの割合を見積もりたいと考えた。そのために花子さんは，Xの確率密度関数$f(x)$として適当な関数を定め，それを用いて割合を見積もるという方針を立てた。

B地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモから206個を無作為に抽出したところ，重さの標本平均は180 gであった。図1はこの標本のヒストグラムである。

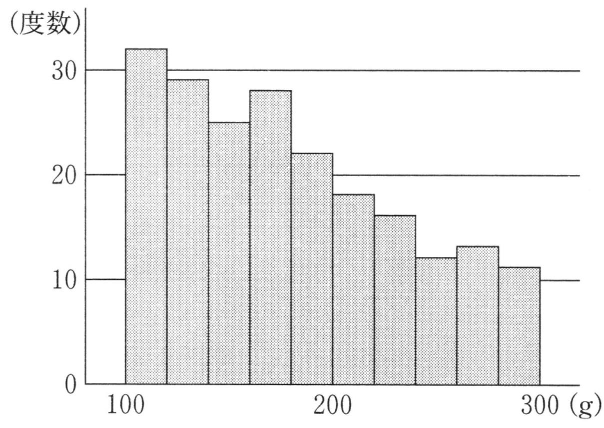


図1　ジャガイモの重さのヒストグラム

花子さんは図1のヒストグラムにおいて，重さxの増加とともに度数がほぼ一定の割合で減少している傾向に着目し，Xの確率密度関数$f(x)$として，1次関数

$$f(x) = ax + b \qquad (100 \leqq x \leqq 300)$$

を考えることにした。ただし，$100 \leqq x \leqq 300$の範囲で$f(x) \geqq 0$とする。

このとき，$P(100 \leqq X \leqq 300) = \boxed{\text{ク}}$であることから

$$\boxed{\text{ケ}} \cdot 10^4 a + \boxed{\text{コ}} \cdot 10^2 b = \boxed{\text{ク}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

花子さんは，X の平均(期待値)が重さの標本平均 180 g と等しくなるように確率密度関数を定める方法を用いることにした。

連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $100 \leqq x \leqq 300$ で，その確率密度関数が $f(x)$ のとき，X の平均(期待値) m は

$$m = \int_{100}^{300} x f(x)\, dx$$

で定義される。この定義と花子さんの採用した方法から

$$m = \frac{26}{3} \cdot 10^6 a + 4 \cdot 10^4 b = 180 \qquad \cdots\cdots \text{②}$$

となる。① と ② により，確率密度関数は

$$f(x) = -\boxed{\text{サ}} \cdot 10^{-5} x + \boxed{\text{シス}} \cdot 10^{-3} \qquad \cdots\cdots \text{③}$$

と得られる。このようにして得られた ③ の $f(x)$ は，$100 \leqq x \leqq 300$ の範囲で $f(x) \geqq 0$ を満たしており，確かに確率密度関数として適当である。

したがって，この花子さんの方針に基づくと，B 地区で収穫され，出荷される予定のすべてのジャガイモのうち，重さが 200 g 以上のものは $\boxed{\text{セ}}$ ％あると見積もることができる。

$\boxed{\text{セ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 33	① 34	② 35	③ 36

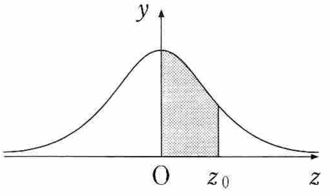
(数学Ⅱ・数学B第3問は41ページに続く。)

(下 書 き 用 紙)

数学Ⅱ・数学Bの試験問題は次に続く。

正 規 分 布 表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問　（選択問題）（配点　20）

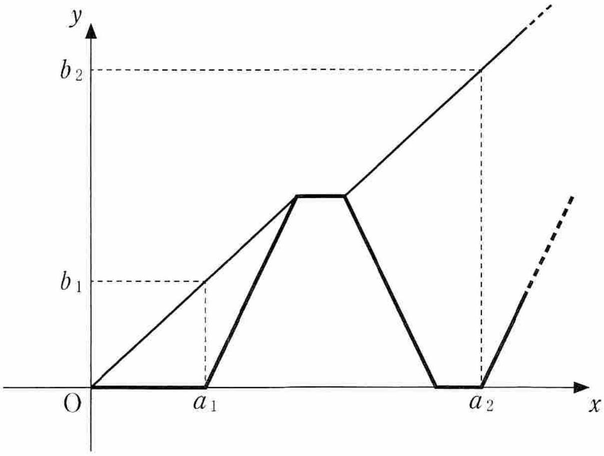
以下のように，歩行者と自転車が自宅を出発して移動と停止を繰り返している。歩行者と自転車の動きについて，数学的に考えてみよう。

自宅を原点とする数直線を考え，歩行者と自転車をその数直線上を動く点とみなす。数直線上の点の座標が y であるとき，その点は位置 y にあるということにする。また，歩行者が自宅を出発してから x 分経過した時点を時刻 x と表す。歩行者は時刻 0 に自宅を出発し，正の向きに毎分 1 の速さで歩き始める。自転車は時刻 2 に自宅を出発し，毎分 2 の速さで歩行者を追いかける。自転車が歩行者に追いつくと，歩行者と自転車はともに 1 分だけ停止する。その後，歩行者は再び正の向きに毎分 1 の速さで歩き出し，自転車は毎分 2 の速さで自宅に戻る。自転車は自宅に到着すると，1 分だけ停止した後，再び毎分 2 の速さで歩行者を追いかける。これを繰り返し，自転車は自宅と歩行者の間を往復する。

$x = a_n$ を自転車が n 回目に自宅を出発する時刻とし，$y = b_n$ をそのときの歩行者の位置とする。

(1)　花子さんと太郎さんは，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を求めるために，歩行者と自転車について，時刻 x において位置 y にいることを O を原点とする座標平面上の点 $(x,\ y)$ で表すことにした。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）



$a_1 = 2$, $b_1 = 2$ により，自転車が最初に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は$(2, 0)$であり，そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は$(2, 2)$である。また，自転車が最初に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は$\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{ア}}\right)$である。よって

$$a_2 = \boxed{\text{イ}}, \quad b_2 = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

花子：数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の一般項について考える前に，$\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{ア}}\right)$の求め方について整理してみようか。

太郎：花子さんはどうやって求めたの？

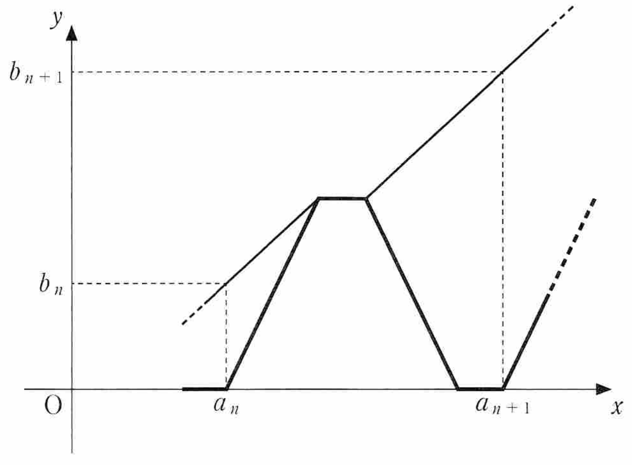
花子：自転車が歩行者を追いかけるときに，間隔が1分間に1ずつ縮まっていくことを利用したよ。

太郎：歩行者と自転車の動きをそれぞれ直線の方程式で表して，交点を計算して求めることもできるね。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

自転車がn回目に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は$(a_n,\ 0)$であり，そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は$(a_n,\ b_n)$である。よって，n回目に自宅を出発した自転車が次に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は，a_n，b_nを用いて，

$\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$と表せる。



$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ a_n	① b_n	② $2a_n$
③ $a_n + b_n$	④ $2b_n$	⑤ $3a_n$
⑥ $2a_n + b_n$	⑦ $a_n + 2b_n$	⑧ $3b_n$

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

以上から，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$について，自然数nに対して，関係式

$$a_{n+1} = a_n + \boxed{カ}\, b_n + \boxed{キ} \quad \cdots\cdots ①$$

$$b_{n+1} = 3b_n + \boxed{ク} \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つことがわかる。まず，$b_1 = 2$と②から

$$b_n = \boxed{ケ} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を得る。この結果と，$a_1 = 2$および①から

$$a_n = \boxed{コ} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

がわかる。

$\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $3^{n-1} + 1$	① $\frac{1}{2} \cdot 3^n + \frac{1}{2}$
② $3^{n-1} + n$	③ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + n - \frac{1}{2}$
④ $3^{n-1} + n^2$	⑤ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + n^2 - \frac{1}{2}$
⑥ $2 \cdot 3^{n-1}$	⑦ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} - \frac{1}{2}$
⑧ $2 \cdot 3^{n-1} + n - 1$	⑨ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + n - \frac{3}{2}$
ⓐ $2 \cdot 3^{n-1} + n^2 - 1$	ⓑ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + n^2 - \frac{3}{2}$

(2) 歩行者が$y = 300$の位置に到着するときまでに，自転車が歩行者に追いつく回数は $\boxed{サ}$ 回である。また，$\boxed{サ}$ 回目に自転車が歩行者に追いつく時刻は，$x = \boxed{シスセ}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

平面上の点Oを中心とする半径1の円周上に，3点A，B，Cがあり，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{2}{3}$ および $\overrightarrow{OC}=-\overrightarrow{OA}$ を満たすとする。t を $0<t<1$ を満たす実数とし，線分ABを $t:(1-t)$ に内分する点をPとする。また，直線OP上に点Qをとる。

(1) $\cos\angle AOB=\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ である。

また，実数 k を用いて，$\overrightarrow{OQ}=k\overrightarrow{OP}$ と表せる。したがって

$$\overrightarrow{OQ}=\boxed{エ}\,\overrightarrow{OA}+\boxed{オ}\,\overrightarrow{OB} \quad \cdots\cdots ①$$

$$\overrightarrow{CQ}=\boxed{カ}\,\overrightarrow{OA}+\boxed{キ}\,\overrightarrow{OB}$$

となる。

$\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OP}$ が垂直となるのは，$t=\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ のときである。

$\boxed{エ}$ ～ $\boxed{キ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ kt	① $(k-kt)$	② $(kt+1)$
③ $(kt-1)$	④ $(k-kt+1)$	⑤ $(k-kt-1)$

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

以下，$t \neq \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ とし，∠OCQ が直角であるとする。

(2) ∠OCQ が直角であることにより，(1)の k は

$$k = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}\,t - \boxed{\text{シ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となることがわかる。

平面から直線 OA を除いた部分は，直線 OA を境に二つの部分に分けられる。そのうち，点 B を含む部分を D_1，含まない部分を D_2 とする。また，平面から直線 OB を除いた部分は，直線 OB を境に二つの部分に分けられる。そのうち，点 A を含む部分を E_1，含まない部分を E_2 とする。

- $0 < t < \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ ならば，点 Q は $\boxed{\text{ス}}$。
- $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} < t < 1$ ならば，点 Q は $\boxed{\text{セ}}$。

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ D_1 に含まれ，かつ E_1 に含まれる
① D_1 に含まれ，かつ E_2 に含まれる
② D_2 に含まれ，かつ E_1 に含まれる
③ D_2 に含まれ，かつ E_2 に含まれる

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(3) 太郎さんと花子さんは，点Pの位置と$|\overrightarrow{OQ}|$の関係について考えている。

$t=\dfrac{1}{2}$のとき，①と②により，$|\overrightarrow{OQ}|=\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$とわかる。

太郎：$t \neq \dfrac{1}{2}$のときにも，$|\overrightarrow{OQ}|=\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$となる場合があるかな。

花子：$|\overrightarrow{OQ}|$をtを用いて表して，$|\overrightarrow{OQ}|=\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$を満たす$t$の値について考えればいいと思うよ。

太郎：計算が大変そうだね。

花子：直線OAに関して，$t=\dfrac{1}{2}$のときの点Qと対称な点をRとしたら，$|\overrightarrow{OR}|=\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$となるよ。

太郎：$\overrightarrow{OR}$を$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表すことができれば，tの値が求められそうだね。

直線OAに関して，$t=\dfrac{1}{2}$のときの点Qと対称な点をRとすると

$$\overrightarrow{CR}=\boxed{\text{タ}}\,\overrightarrow{CQ}$$
$$=\boxed{\text{チ}}\,\overrightarrow{OA}+\boxed{\text{ツ}}\,\overrightarrow{OB}$$

となる。

$t \neq \dfrac{1}{2}$のとき，$|\overrightarrow{OQ}|=\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$となる$t$の値は$\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$である。