令和 2 (2020) 年度入学者選抜個別(第 2 次)学力検査問題

数　　学

(医　学　科)

注　意　事　項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で 7 ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，問題冊子の余白を使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が 2 か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

1　Nを自然数として，表と裏が等確率で出るコインをN回投げる試行を考え，この試行の結果によって関数$f(x)$を次のように定義する。

1. $x \leqq 0$のとき，$f(x)=0$
2. xがN以下の自然数nに等しいとき，n回目に
   表が出れば $f(n)=f(n-1)+1$
   裏が出れば $f(n)=f(n-1)-1$
3. xが$0<x<N$を満たし，かつ自然数でないとき，$n-1<x<n$を満たす自然数をnとして，$f(x)=(x-n+1)f(n)+(n-x)f(n-1)$
4. $x>N$のとき，$f(x)=f(N)$

このとき以下の各問いに答えよ。

⑴　$N=8$のとき，試行の結果が「表，表，裏，裏，表，裏，裏，裏」の順となったとき，$f(x)$のグラフを描け。

⑵　自然数Nと0以上の整数kについて，$f(x)$が極値をとる点の個数がkとなる確率を$P(k)$とする。$P(k)$をN，kを用いて表せ。

⑶　自然数Nと0以上の整数kについて，$f(x)$が極大となる点の個数がkとなる確率を$Q(k)$とする。$Q(k)$をN，kを用いて表せ。

⑷　⑶の$Q(k)$について$\sum_{k=0}^{N} kQ(k)$をNを用いて表せ。

2 a を正の実数，m を実数とし，$k_1 = m + \sqrt{m^2+1}$，$k_2 = m - \sqrt{m^2+1}$ とする。さらに，C_0，C_1，C_2 を複素数平面上でそれぞれ

$$C_0 : (m+i)z + (m-i)\overline{z} + 2a = 0$$

$$C_1 : (k_1+i)z + (k_1-i)\overline{z} - 2ak_1{}^2 = 0$$

$$C_2 : (k_2+i)z + (k_2-i)\overline{z} - 2ak_2{}^2 = 0$$

を満たす点 z の集合とする。ここで，i は虚数単位，$\overline{z}$ は z と共役な複素数を表す。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) C_0，C_1，C_2 がいずれも直線であることを示せ。

(2) C_0 と C_1 の共有点を P_1 とし，m を変化させたとき P_1 が描く曲線を F_1 とする。F_1 はどのような曲線か。a を用いて答えよ。

(3) $m > 0$ のとき，C_1，C_2 と虚軸で囲まれる領域の面積を T とし，(2) の F_1 と C_1，C_2，虚軸で囲まれる領域の面積を S とする。$\dfrac{T}{S}$ が a によらず一定であることを示し，その極限値 $\displaystyle\lim_{m\to\infty}\frac{T}{S}$ を求めよ。

3 t を正の実数とし，xyz 空間において，7つの点 O$(0,0,0)$，A$(1,0,0)$，B$(0,1,0)$，C$(0,0,1)$，P$(t,1,0)$，Q$(0,t,1)$，R$(1,0,t)$をとる。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $t=1$ のとき，四面体 OPQR の体積を求めよ。

(2) △PQR，△APR，△BQP，△CRQ および xy 平面，yz 平面，zx 平面で囲まれる領域の体積を V_1 とする。V_1 を t を用いて表せ。

(3) O を中心とし，OP を半径とする球の体積を V_2 とする。t を変化させるとき，$\dfrac{V_1}{V_2}$ が最大となる t の値を求めよ。

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）