平成28年度東京工業大学前期日程試験の問題訂正について

「数学」の試験問題の一部に訂正があります。

問題冊子3ページ11行目

$\boxed{2}$

(3)　△PQRの面積の期待値を求めよ.

を次の問題に替えて解答しなさい。

$\boxed{2}$

(3)　△PQRの面積をSとし，Sのとりうる値の最小値をmとする．mの値および$S=m$となる確率を求めよ.

1 (60 点)

a を正の定数とし，放物線 $y = \dfrac{x^2}{4}$ を C_1 とする．

(1) 点Pが C_1 上を動くとき，Pと点 $\mathrm{Q}\left(2a,\ \dfrac{a^2}{4} - 2\right)$ の距離の最小値を求めよ．

(2) Qを中心とする円 $(x - 2a)^2 + \left(y - \dfrac{a^2}{4} + 2\right)^2 = 2a^2$ を C_2 とする．Pが C_1 上を動き，点Rが C_2 上を動くとき，PとRの距離の最小値を求めよ．

2 (60 点)

△ABC を一辺の長さ 6 の正三角形とする．サイコロを 3 回振り，出た目を順に X，Y，Z とする．出た目に応じて，点 P，Q，R をそれぞれ線分 BC，CA，AB 上に

$$\overrightarrow{\mathrm{BP}} = \frac{X}{6}\overrightarrow{\mathrm{BC}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{CQ}} = \frac{Y}{6}\overrightarrow{\mathrm{CA}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{AR}} = \frac{Z}{6}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

をみたすように取る．

(1) △PQR が正三角形になる確率を求めよ．

(2) 点 B，P，R を互いに線分で結んでできる図形を T_1，点 C，Q，P を互いに線分で結んでできる図形を T_2，点 A，R，Q を互いに線分で結んでできる図形を T_3 とする．T_1，T_2，T_3 のうち，ちょうど 2 つが正三角形になる確率を求めよ．

(3) △PQR の面積の期待値を求めよ．

3 (60 点)

水平な平面 α の上に半径 r_1 の球 S_1 と半径 r_2 の球 S_2 が乗っており，S_1 と S_2 は外接している．

(1) S_1，S_2 が α と接する点をそれぞれ P_1，P_2 とする．線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の長さを求めよ．

(2) α の上に乗っており，S_1 と S_2 の両方に外接している球すべてを考える．それらの球と α の接点は，1つの円の上または1つの直線の上にあることを示せ．

4 (60点)

n を2以上の自然数とする.

(1) n が素数または4のとき，$(n-1)!$ は n で割り切れないことを示せ.

(2) n が素数でなくかつ4でもないとき，$(n-1)!$ は n で割り切れることを示せ.

5 (60 点)

次のように媒介変数表示された xy 平面上の曲線を C とする：

$$\begin{cases} x = 3\cos t - \cos 3t \\ y = 3\sin t - \sin 3t \end{cases}$$

ただし $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ である.

(1) $\dfrac{dx}{dt}$ および $\dfrac{dy}{dt}$ を計算し，C の概形を図示せよ.

(2) C と x 軸と y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.