$\boxed{1}$ (60 点)

a, b, c を実数とし，3つの2次方程式

$$x^2 + ax + 1 = 0 \quad \cdots\cdots ①$$
$$x^2 + bx + 2 = 0 \quad \cdots\cdots ②$$
$$x^2 + cx + 3 = 0 \quad \cdots\cdots ③$$

の解を複素数平面上で考察する.

(1) 2つの方程式①, ②がいずれも実数解を持たないとき，それらの解はすべて同一円周上にあるか，またはすべて同一直線上にあることを示せ. また，それらの解がすべて同一円周上にあるとき，その円の中心と半径を a, b を用いて表せ.

(2) 3つの方程式①, ②, ③がいずれも実数解を持たず，かつそれらの解がすべて同一円周上にあるための必要十分条件を a, b, c を用いて表せ.

2 (60 点)

次の問に答えよ.

(1) $35x + 91y + 65z = 3$ を満たす整数の組(x, y, z)を一組求めよ.

(2) $35x + 91y + 65z = 3$ を満たす整数の組(x, y, z)の中で $x^2 + y^2$ の値が最小となるもの，およびその最小値を求めよ.

$\boxed{3}$ (60 点)

方程式

$$e^x(1-\sin x)=1$$

について，次の問に答えよ.

(1) この方程式は負の実数解を持たないことを示せ．また，正の実数解を無限個持つことを示せ.

(2) この方程式の正の実数解を小さい方から順に並べて a_1，a_2，a_3，… とし，$S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$ とおく．このとき極限値 $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^2}$ を求めよ.

4 (60 点)

xyz 空間内において，連立不等式

$$\frac{x^2}{4} + y^2 \leqq 1, \qquad |z| \leqq 6$$

により定まる領域を V とし，2 点$(2, 0, 2)$，$(-2, 0, -2)$を通る直線を ℓ とする．

(1) $|t| \leqq 2\sqrt{2}$ を満たす実数 t に対し，点 $\mathrm{P}_t\left(\dfrac{t}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{t}{\sqrt{2}}\right)$を通り ℓ に垂直な平面を H_t とする．また，実数 θ に対し，点$(2\cos\theta, \sin\theta, 0)$を通り z 軸に平行な直線を L_θ とする．L_θ と H_t との交点の z 座標を t と θ を用いて表せ．

(2) ℓ を回転軸に持つ回転体で V に含まれるものを考える．このような回転体のうちで体積が最大となるものの体積を求めよ．

5 (60点)

xyz 空間内の一辺の長さが1の立方体

$$\{(x,\ y,\ z) \mid 0 \leqq x \leqq 1,\ \ 0 \leqq y \leqq 1,\ \ 0 \leqq z \leqq 1\}$$

を Q とする．点Xは頂点A(0, 0, 0)から出発して Q の辺上を1秒ごとに長さ1だけ進んで隣の頂点に移動する．Xが x 軸，y 軸，z 軸に平行に進む確率はそれぞれ p，q，r である．ただし

$$p \geqq 0,\ q \geqq 0,\ r \geqq 0, \qquad p + q + r = 1$$

である．Xが n 秒後に頂点A(0, 0, 0)，B(1, 1, 0)，C(1, 0, 1)，D(0, 1, 1)にある確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n，d_n とする．

(1) a_{n+2} を a_n，b_n，c_n，d_n と p，q，r を用いて表せ．

(2) $a_n - b_n + c_n - d_n$ を p，q，r，n を用いて表せ．

(3) a_n を p，q，r，n を用いて表せ．