

1

(30 点)

次の各問に答えよ.

問 1 10 進法で表された数  $6.75$  を 2 進法で表せ. また, この数と 2 進法で表された数  $101.0101$  との積として与えられる数を 2 進法および 4 進法で表せ.

問 2  $\triangle OAB$  において  $OA = 3$ ,  $OB = 2$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$  とする.  $\triangle OAB$  の垂心を  $H$  とするとき,  $\overrightarrow{OH}$  を  $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OB}$  を用いて表せ.

2

(30 点)

定積分  $\int_{-1}^1 \left| x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \right| dx$  を求めよ.

3

(30 点)

$n$  を 2 以上の整数とする. 1 から  $n$  までの番号が付いた  $n$  個の箱があり, それぞれの箱には赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている. このとき操作(\*)を  $k = 1, \dots, n - 1$  に対して,  $k$  が小さい方から順に 1 回ずつ行う.

(\*) 番号  $k$  の箱から玉を 1 個取り出し, 番号  $k + 1$  の箱に入れてよくかきまぜる.

一連の操作がすべて終了した後, 番号  $n$  の箱から玉を 1 個取り出し, 番号 1 の箱に入れる. このとき番号 1 の箱に赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている確率を求めよ.

4

(30 点)

空間の 8 点

$$O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(1, 2, 0), C(0, 2, 0),$$

$$D(0, 0, 3), E(1, 0, 3), F(1, 2, 3), G(0, 2, 3)$$

を頂点とする直方体  $OABC-DEFG$  を考える. 点  $O$ , 点  $F$ , 辺  $AE$  上の点  $P$ , および辺  $CG$  上の点  $Q$  の 4 点が同一平面上にあるとする. このとき, 四角形  $OPFQ$  の面積  $S$  を最小にするような点  $P$  および点  $Q$  の座標を求めよ. また, そのときの  $S$  の値を求めよ.

5

(30 点)

$p$  が素数ならば  $p^4 + 14$  は素数でないことを示せ.

問題は, このページで終わりである。