第　1　問

以下の命題 A，B それぞれに対し，その真偽を述べよ。また，真ならば証明を与え，偽ならば反例を与えよ。

命題 A　n が正の整数ならば，$\dfrac{n^3}{26} + 100 \geqq n^2$ が成り立つ。

命題 B　整数 n，m，ℓ が $5n + 5m + 3\ell = 1$ をみたすならば，$10nm + 3m\ell + 3n\ell < 0$ が成り立つ。

第　2　問

座標平面上の 2 点 A$(-1,\ 1)$，B$(1,\ -1)$ を考える。また，P を座標平面上の点とし，その x 座標の絶対値は 1 以下であるとする。次の条件 (i) または (ii) をみたす点 P の範囲を図示し，その面積を求めよ。

(i) 頂点の x 座標の絶対値が 1 以上の 2 次関数のグラフで，点 A，P，B をすべて通るものがある。

(ii) 点 A，P，B は同一直線上にある。

第　3　問

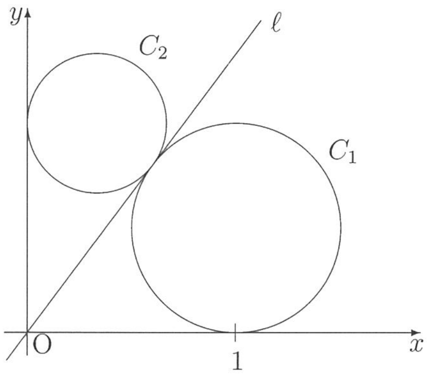
ℓ を座標平面上の原点を通り傾きが正の直線とする。さらに，以下の3条件 (i)，(ii)，(iii) で定まる円 C_1，C_2 を考える。

(i) 円 C_1，C_2 は2つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$ で定まる領域に含まれる。

(ii) 円 C_1，C_2 は直線 ℓ と同一点で接する。

(iii) 円 C_1 は x 軸と点 $(1,\ 0)$ で接し，円 C_2 は y 軸と接する。

円 C_1 の半径を r_1，円 C_2 の半径を r_2 とする。$8r_1 + 9r_2$ が最小となるような直線 ℓ の方程式と，その最小値を求めよ。



第　4　問

投げたとき表と裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインを1枚用意し，次のように左から順に文字を書く。

コインを投げ，表が出たときは文字列 A A を書き，裏が出たときは文字 B を書く。さらに繰り返しコインを投げ，同じ規則に従って，A A，B をすでにある文字列の右側につなげて書いていく。

たとえば，コインを5回投げ，その結果が順に 表，裏，裏，表，裏 であったとすると，得られる文字列は，

A A B B A A B

となる。このとき，左から4番目の文字は B，5番目の文字は A である。

(1) n を正の整数とする。n 回コインを投げ，文字列を作るとき，文字列の左から n 番目の文字が A となる確率を求めよ。

(2) n を2以上の整数とする。n 回コインを投げ，文字列を作るとき，文字列の左から $n-1$ 番目の文字が A で，かつ n 番目の文字が B となる確率を求めよ。