《解答上の注意》

1．解答が分数の場合は，既約分数で解答しなさい。

2．解答が根号を含む場合は，根号の中はできる限り簡単な形にしなさい。また，解答が根号を含む分数の場合は，分母を有理化しなさい。

3．複数の解答が考えられる場合は，解答用紙の所定の欄にすべて記入しなさい。

〔Ⅰ〕以下の問の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ にあてはまる適切な数，式または成分表示を，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 座標空間に4点 O(0, 0, 0)，A(3, −2, −1)，B(1, 1, 1)，C(−1, 4, 2) がある。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ のどちらにも垂直で長さが $3\sqrt{3}$ であるベクトルを成分で表すと，$\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $(ax+b)^{20}$ の展開式において，$x^k\ (0 \leqq k \leqq 20)$ の係数を c_k とする。ただし，a と b は $2b < a$ を満たす自然数であり，a^2 と b^2 の差は 225 である。このとき，

(i) a の値は $\boxed{\text{イ}}$，b の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(ii) $2c_k = c_{k-1}$ であるとき，k の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $a_4 = 102$，$a_8 = 218$ である等差数列 $\{a_n\}$ がある。このとき，

(i) 初項の値は $\boxed{\text{オ}}$，公差の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(ii) $\displaystyle\sum_{n=5}^{15} a_n$ の値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(4) 関数

$$y = -(\log_3 x)^3 + 6(\log_3 x)^2 - \log_3 x^9 + 3$$

がある。$\dfrac{1}{3} \leqq x \leqq 27$ のとき，

(i) $\log_3 x = t$ とおくと，t の値の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(ii) 関数 y の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$，最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(5) xy 平面上に，x の 2 次関数

$$y = -x^2 + ax + 2a - 3$$

のグラフがある。このグラフが $0 \leqq x \leqq 2$ において x 軸と少なくとも 1 つの共有点を持つとき，a の値の範囲は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(6) 1 辺の長さが 3 である正四面体 ABCD がある。点 E は，辺 BC を 2：1 に内分する点とする。このとき，

(i) 三角形 AED の面積の値は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(ii) 三角形 AED の内接円の半径の長さは $\boxed{\text{ス}}$ である。

(7) x の関数 $f(x)$ が，等式

$$f(x) = 4x + \int_0^1 (t + x) f(t)dt$$

を満たすとき，$f(x)$ の定数項の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

(8) 正方形 ABCD の頂点 B と辺 CD 上の点 E を線分で結んだとき，$\angle\text{EBC} = 18°$，$\text{BE} = 1$ である。この正方形 ABCD の面積の値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

《〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕は，13ページ以降にあります》

〔Ⅱ〕以下の問の $\boxed{\text{タ}}$ ～ $\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる適切な数を，解答用紙の所定の欄に**分数**で記入しなさい。

1000 人の集団があり，そのうち 5 人がウイルスに感染している。

この集団に対して検査方法 A を用いて，ウイルスに「感染している」か，「感染していない」かを判定する。検査方法 A では，ウイルスに感染していない人に対して「感染している」と判定をする確率が $\dfrac{3}{1000}$ であり，ウイルスに感染している人に対して「感染していない」と判定をする確率が $\dfrac{1}{1000}$ である。

(1) ウイルス感染している人が，検査方法 A でウイルスに「感染している」と判定される確率は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(2) この 1000 人の集団から 1 人を検査方法 A で調べたとき，ウイルスに「感染している」と判定される確率は $\boxed{\text{チ}}$ である。

(3) この 1000 人の集団から 1 人を検査方法 A で調べたとき，ウイルスに「感染している」と判定された。この人が実際には感染していない確率は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

〔Ⅲ〕以下の問の $\boxed{\text{テ}}$ ～ $\boxed{\text{ネ}}$ にあてはまる適切な数または式を，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

x の関数

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 - bx \\ g(x) = -\dfrac{1}{a}x^2 + \dfrac{1}{b}x \end{cases} \qquad (a,\ b\ \text{は正数})$$

がある。a, b は $f(x)$ と $g(x)$ の極値の差が最小となり，かつ $f(x)$ の $x = -1$ から $x = 1$ までの平均変化率が $g(x)$ の $x = 5$ における微分係数と等しくなるように定める。

(1) $f(x)$ と $g(x)$ の極値の差の最小値は $\boxed{\text{テ}}$ であり，このとき a を b の式で表すと $a = \boxed{\text{ト}}$ である。

(2) b の値は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

(3) xy 平面上に 2 つのグラフ $y = f(x)$ と $y = g(x)$ をおき，原点 O$(0,\ 0)$ と 2 点 P$(t,\ f(t))$，Q$(4t,\ g(4t))$ を結んでできる三角形 OPQ の面積を $S(t)$ とする。ただし，$0 < t < \dfrac{1}{2}$ とする。$S(t)$ を t の式で表すと，

$$S(t) = \boxed{\text{ニ}}$$

であり，t の値が $\boxed{\text{ヌ}}$ のとき，$S(t)$ は最大値 $\boxed{\text{ネ}}$ をとる。