2019年度

慶應義塾大学入学試験問題

看護医療学部

数学

注意
1. 受験番号と氏名を解答用紙の所定の欄にそれぞれ記入してください。
2. 解答用紙は1枚です。解答は，必ず所定の欄に記入してください。
   解答欄外の余白，採点欄および裏面には一切記入してはいけません。
3. 問題用紙の余白は計算および下書きに用いてもかまいません。
4. この冊子の総ページ数は12ページです。問題文は2～6ページに書かれています。
   試験開始直後，総ページ数および落丁などを確認し，不備がある場合はすぐに手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 不明瞭な文字・まぎらわしい数字は採点の対象としませんので注意してください。
6. 問題冊子は終了後必ず持ち帰ってください。

《 指示があるまで開かないこと 》

I　以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

（1）　11 で割ると 6 余り，6 で割ると 3 余るような自然数を小さい方から

a_0，a_1，a_2，$\cdots$，a_k，$\cdots$ と表す。$a_{30} =$ $\boxed{\text{（ア）}}$ である。

（2）　整式 $P(x)$ を $x+2$ で割ると 3 余り，$x+3$ で割ると -2 余る。$P(x)$ を

$(x+2)(x+3)$ で割った余りは $\boxed{\text{（イ）}}$ である。

（3）　$A = \dfrac{\sqrt{-3}\sqrt{-2}+\sqrt{-2}}{a+\sqrt{-3}}$ が実数となるような a を定めると，$a =$ $\boxed{\text{（ウ）}}$

であり，$A =$ $\boxed{\text{（エ）}}$ である。

（4）　方程式 $\log_2(x+1) - \log_4(x+4) = 1$ の解は $x =$ $\boxed{\text{（オ）}}$ である。

（5）　a，b を実数とし，$b > 0$ とする。方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 7 = 0$ の解が整数のみ

であるとき，その解をすべて求めると $\boxed{\text{（カ）}}$ であり，$a =$ $\boxed{\text{（キ）}}$，

$b =$ $\boxed{\text{（ク）}}$ である。

Ⅱ 以下の $\boxed{}$ に最も ふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

（1） 次の 2 つの条件を考える。

$$p \ : \ (x-1)^2+(y-1)^2 \leqq 4$$

$$q \ : \ |x|+|y| \leqq r$$

ただし，$r>0$ とする。q が p の必要条件であるような定数 r の値の範囲は $\boxed{\text{（ケ）}}$ である。また，q が p の十分条件であるような定数 r の値の範囲は $\boxed{\text{（コ）}}$ である。

（2） 1 辺の長さが 1 の正五角形 ABCDE に対し，対角線 AC と BE，AC と BD の交点をそれぞれ Y，Z とする。△ACD と △DZC に着目すると，対角線の長さは $\boxed{\text{（サ）}}$ であり，$\cos\angle \mathrm{CAD}=$ $\boxed{\text{（シ）}}$ である。また，線分 YZ の長さは $\boxed{\text{（ス）}}$ である。

（3） 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ は，

$$a_1=1, \quad a_{n+1}=a_n+d$$

$$b_1=1, \quad b_{n+1}=rb_n$$

を満たしているとする。ただし，d，r は定数 $(r \neq 0,\ 1)$ である。このとき，

$$S_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$$

とおくと，$S_n-rS_n=1+\dfrac{dr}{1-r}-$ $\boxed{\text{（セ）}}$ $\times r^n$ である。$d=2$，$r=2$ のとき，$S_{10}=$ $\boxed{\text{（ソ）}}$ である。

（4） $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ に対し，$f_m(\theta)=\displaystyle\sum_{k=0}^{m}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}k\right)$ とする。$f_2(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{（タ）}}$ であり，このときの θ は，$\theta=$ $\boxed{\text{（チ）}}$ である。また，$f_4(\theta)=$ $\boxed{\text{（ツ）}}$ $\times\sin\theta$ である。

Ⅲ　以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

大，小2つのさいころを同時に投げ，それぞれの出た目の数から1を引いた値を x 成分，y 成分とするベクトルを考える。例えば，大きいさいころの目が4，小さいさいころの目が1のとき，対応するベクトルは $(3,\ 0)$ になる。i 回目の試行でできるベクトルを $\overrightarrow{a_i}=(x_i,\ y_i)$ で表す。

（1）　$\overrightarrow{a_1}+\overrightarrow{a_2}+\overrightarrow{a_3}+\overrightarrow{a_4}=(20,\ 19)$ となる確率を $\dfrac{\alpha}{6^\beta}$ と表すと，$\alpha=$ $\boxed{\text{（テ）}}$，$\beta=$ $\boxed{\text{（ト）}}$ である。

（2）　x 座標も y 座標も整数である点を格子点と言う。点 A_1 を $\overrightarrow{OA_1}=\overrightarrow{a_1}$，点 A_2 を $\overrightarrow{OA_2}=\overrightarrow{a_2}$ となるように定めるとき，$\triangle OA_1A_2$ の重心が格子点となる確率は $\boxed{\text{（ナ）}}$ である。

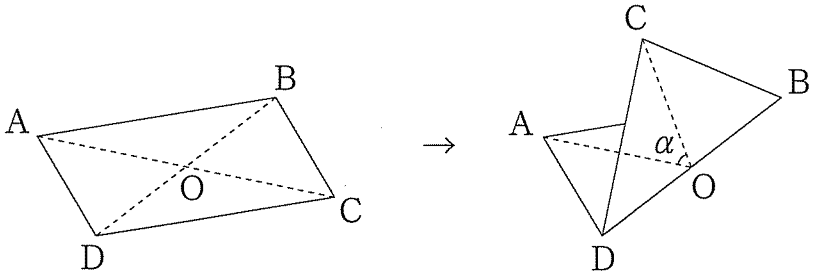
（3）　$x_1=0$ がわかっている下で，$\overrightarrow{a_1}$，$\overrightarrow{a_2}$ が1次独立である確率は $\boxed{\text{（ニ）}}$ である。

（4）　$\overrightarrow{a_1}\cdot\overrightarrow{a_2}=0$ となる確率は $\boxed{\text{（ヌ）}}$ である。

（5）　$\overrightarrow{a_1}=\overrightarrow{a_2}+\overrightarrow{a_3}$ となる確率は $\boxed{\text{（ネ）}}$ である。

Ⅳ　以下の $\boxed{}$ に最も ふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

1辺の長さが1の正方形ABCDの対角線ACとBDの交点をOとする。正方形ABCDを対角線BDを折り目にして $\angle \mathrm{AOC} = \alpha$ となるように折った。



(1)　このとき，$\overrightarrow{\mathrm{BC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BD}} = \boxed{(ノ)}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{(ハ)}$，$\overrightarrow{\mathrm{BA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = \boxed{(ヒ)}$ である。また，$\angle \mathrm{ABC} = 45^\circ$ となるのは，$\cos\alpha = \boxed{(フ)}$ のときである。

(2)　以下，$\alpha = 60^\circ$ とする。3点A，B，Cを含む平面の点Eをとる。$\overrightarrow{\mathrm{BE}} = s\overrightarrow{\mathrm{BA}} + t\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と表したとき，$\overrightarrow{\mathrm{DE}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BA}} = \boxed{(ヘ)}$，$\overrightarrow{\mathrm{DE}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = \boxed{(ホ)}$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{DE}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BA}}$ かつ $\overrightarrow{\mathrm{DE}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ となるのは $s = \boxed{(マ)}$ かつ $t = \boxed{(ミ)}$ のときである。

V　以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。また，（1）の（iii）と（2）は指示に従って解答しなさい。

（1）　a，b，c を実数とし，$a>0$ とする。$f(x)=-ax^2+bx+c$ とし，放物線 $C：y=f(x)$ を考える。

（i）　C が x 軸と 2 つの交点を持つための必要十分条件は $\boxed{\text{(ム)}}$ である。C の軸を $x=q$ とすると，$q=\boxed{\text{(メ)}}$ である。

（ii）　$q \geqq 0$ となる場合を考える。$t>q$ に対し，点 $(t,\ f(t))$ における C の接線を ℓ_1 とすると，ℓ_1 と y 軸の交点の y 座標は $\boxed{\text{(モ)}}$ となる。ℓ_1 とは異なる C の接線 ℓ_2 と y 軸の交点の y 座標が $\boxed{\text{(モ)}}$ になるとき，ℓ_2 と C の接点の x 座標 s は $s=\boxed{\text{(ヤ)}}$ である。

（iii）　C，ℓ_1，y 軸が囲む部分の面積を D_1 とし，C，ℓ_2，y 軸が囲む部分の面積を D_2 とする。D_1，D_2，および比の値 $\dfrac{D_1}{D_2}$ を求めなさい。ただし，求める過程も書きなさい。

（2）　2 つの 2 次関数 $f_1(x)$，$f_2(x)$ は

$$f_1(0)=f_2(0),\quad f_1'(0)=f_2'(0),\quad f_1(-2)=5,\quad f_2(3)=0$$

を満たすとする。また，$f_1(x)$ は $x=-\dfrac{1}{2}$ で最小値を取り，$f_2(x)$ は $x=2$ で最大値を取るとする。関数 $f_3(x)$ を

$$f_3(x)=\begin{cases} f_1(x) & x<0 \\ f_2(x) & x \geqq 0 \end{cases}$$

と定義する。$f_1(x)$，$f_2(x)$ を求めなさい。ただし，求める過程も書きなさい。また，$y=f_3(x)$ のグラフを描きなさい。

── 下書き計算用 ──

―― 下書き計算用 ――

―― 下書き計算用 ――

—— 下書き計算用 ——

―― 下書き計算用 ――