$\boxed{1}$　正の整数 n の各位の数の和を $S(n)$ で表す。たとえば

$$S(3)=3,\quad S(10)=1+0=1,\quad S(516)=5+1+6=12$$

である。

(1)　$n \geqq 10000$ のとき，不等式 $n > 30S(n)+2018$ を示せ。

(2)　$n = 30S(n)+2018$ を満たす n を求めよ。

$\boxed{2}$　$-1 \leqq t \leqq 1$ とし，曲線 $y=\dfrac{x^2-1}{2}$ 上の点 $\left(t,\ \dfrac{t^2-1}{2}\right)$ における接線を l とする。半円 $x^2+y^2=1$ $(y \leqq 0)$ と l で囲まれた部分の面積を S とする。S のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$　3個のさいころを投げる。

(1)　出た目の積が 6 となる確率を求めよ。

(2)　出た目の積が k となる確率が $\dfrac{1}{36}$ であるような k をすべて求めよ。

4 p，q を正の実数とする。原点を O とする座標空間内の 3 点 $\mathrm{P}(p,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{Q}(0,\ q,\ 0)$，$\mathrm{R}(0,\ 0,\ 1)$ は $\angle \mathrm{PRQ} = \dfrac{\pi}{6}$ を満たす。四面体 OPQR の体積の最大値を求めよ。

5 a を実数とし，$f(x) = x - x^3$，$g(x) = a(x - x^2)$ とする。2 つの曲線 $y = f(x)$，$y = g(x)$ は $0 < x < 1$ の範囲に共有点を持つ。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるような a の値を求めよ。