

【問 1】

(1) A, B, C, D の 4 人が集まり, 2 対 2 の組に分かれて遊ぶことになった. 組み分けは A, B, C, D の順に硬貨を投げて決める. 表が出たら赤組, 裏が出たら白組とする. いずれかの組が 2 人とも決まった時点で残りの人の組も確定するから, 全員が硬貨を投げるとは限らない.

いま, A は硬貨を投げ終えたものとする. ここで, B, C, D のそれぞれが A と同じ組になる確率を考えよう. 次の 1~5 のうち, 正しい記述は  ア  である.

1. A が赤組か白組かにより, B, C, D のうち誰が A と同じ組になる確率が大きいかは異なる.
2. A と同じ組になる確率は, B が C, D より大きい.
3. A と同じ組になる確率は, C が B, D より大きい.
4. A と同じ組になる確率は, D が B, C より大きい.
5. A と同じ組になる確率は, B, C, D の 3 人とも同じである.

(2)  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ ,  $\log_{10} 7 = 0.8451$  とするとき,  $15^{50}$  は  イ  桁の整数である. また,  $15^{50}$  の最高位の数字は  ウ  である.

【問 2】

曲線  $y = 6x^3 - 3x$  と  $y = \frac{3}{2}x^2 + a$  が共有点を持ち、さらにその点において、それぞれの曲線の接線が等しくなるような定数  $a$  の値を小さい方から順に並

べると、 $\frac{\boxed{\text{工}}}{\boxed{\text{才}}}$ 、 $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  となる。

【問 3】

平面上に点  $O(0,0)$ ,  $A(-1,1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(5,-2)$  がある. 点  $P$  が  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$  をみたしながら動くとき, 内積  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC}$  の最大値は  $\frac{\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である.

【問 4】

複素数  $\alpha = 2 + 3i$ ,  $\beta = 3 + i$  に対して,  $z = s\alpha + t\beta$  を考える. ただし,  $s, t$  は実数で  $s \geq 0, t \geq 0, 1 \leq s + t \leq 3$  とする. このとき, 複素数平面上で  $z$  が存在する部分の面積は  $\square$  シである.

【問 5】

長さ 5 の線分 PQ がある．点  $P(x, 0)$  は  $x$  軸上を  $0 \leq x \leq 5$  をみたしながら動き，点  $Q(0, y)$  は  $y$  軸上を  $0 \leq y \leq 5$  をみたしながら動く．また線分 PQ を 2 : 3 に内分する点を R とする．

このとき，点 R の軌跡と  $x$  軸， $y$  軸で囲まれた図形の面積は  $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi$  である．

また，この図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は  $\boxed{\text{ソ}}\pi$  である．

[以 下 余 白]