問 **1.**

(1) 一辺の長さが 6 である正三角形 ABC の外接円 O の弧 AB（ただし短いほうの弧）の上に，弧 AP : 弧 PB = 1 : 3 となる点 P をとる。点 P における円 O の接線と線分 CB の延長との交点を Q とするとき，$\angle$PQB の大きさは $\boxed{\text{ア}}$ 度であり，線分 PQ の長さは $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) AB = 4，BC = 6，CA = 5 である三角形 ABC において，$\angle$BAC の二等分線と辺 BC との交点を D，$\angle$BCA の二等分線と辺 AB との交点を E，線分 AD と線分 CE との交点を I とするとき，次の問いに答えよ。

(i) $\cos\angle$BAC の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(ii) 三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(iii) 線分 BD の長さは $\boxed{\text{オ}}$ である。

(iv) 三角形 AEI の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。

問 2. xy 平面で，次の 2 直線を考える。

$$\ell_1\colon ax - y - a = 0$$

$$\ell_2\colon (a-1)x - (a+1)y + a + 1 = 0$$

a の値にかかわらず，直線 ℓ_1 は定点を通る。この点を A とする。a の値にかかわらず，直線 ℓ_2 は定点を通る。この点を B とする。また，直線 ℓ_1 と直線 ℓ_2 との交点を C とする。実数 a が $a > 1$ の範囲を動くとき，次の問いに答えよ。

(1) 定点 A，B の座標は，それぞれ A($\boxed{キ}$, $\boxed{ク}$) と B($\boxed{ケ}$, $\boxed{コ}$) である。

(2) 直線 ℓ_1 と直線 ℓ_2 とのなす角を鋭角で求めると $\boxed{サ}$ 度である。

(3) 点 C が描く曲線に両端を入れて考えると，その長さは $\boxed{シ}$ である。

(4) 三角形 ABC の面積の最大値は $\boxed{ス}$ である。

問 3.

(1) 不等式

$$\frac{1}{4}\log_{\frac{1}{3}}(3-x) < \log_9(x-1)$$

を満たす x の範囲は, $\boxed{\text{セ}} < x < \boxed{\text{ソ}}$ である。

(2) 三次関数

$$y = f(x) = x^3 - 4x$$

に対して，次の問いに答えよ。

(i) 点 $(1, -4)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた接線のうち，傾きが正の値となるものの方程式は,

$$y = \boxed{\text{タ}}$$

である。

(ii) (i) で求めた接線と曲線 $y = f(x)$ との共有点のうち，接点以外の点の座標は, $(x, y) = (\boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}})$ である。

(3) 放物線 C : $y = x^2$ 上に 2 点 A$(-1, 1)$ と B$(2, 4)$ をとる。放物線 C 上の点 P は，2 点 A と B の間を動くものとする。座標平面の原点を O とするとき，次の問いに答えよ。

(i) $\angle\mathrm{APB} = 90$ 度となるような点 P の x 座標は $\boxed{\text{テ}}$ である。

(ii) $\mathrm{AP} = \mathrm{BP}$ となるような点 P の x 座標は $\boxed{\text{ト}}$ である。

(iii) 曲線 C と線分 AP で囲まれる図形と，曲線 C と線分 BP で囲まれる図形の面積の和が最小となるような点 P の x 座標は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

(iv) $\tan\angle\mathrm{OAP} = \frac{1}{2}$ となるような点 P の x 座標は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

問 4. n は 2 以上の自然数とする。1 から n までの自然数をそれぞれひとつずつ書いた n 枚のカードが，中の見えない箱に入っている。まず一枚のカードを取り出し，その数字を確認する。取り出したカードは戻さずに，次に 2 枚目のカードを取り出し，その数字を確認する。この作業を繰り返し，直前に取り出したカードの数字より大きい数字が出たときに，景品がもらえることとする。景品がもらえた時点で，作業を終了する。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 2 枚目のカードを取り出したときに景品がもらえる確率は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

(2) この作業が n 枚目のカードまで続き，最後の n 枚目のカードを取り出したときにも景品がもらえない確率は $\boxed{\text{ネ}}$ である。

(3) $n = 6$ とする。5 枚目のカードを取り出したときに景品がもらえたとき，最後（5 枚目）のカードの数字が 6 である条件つき確率は $\boxed{\text{ノ}}$ である。

〔以　下　余　白〕