[1] 中心の座標が $(1,1)$，半径が $2\sqrt{2}$ である座標平面上の円を C とする．C 上の点 $\mathrm{P}(x,y)$ に対して $t=x+y$ とおく．

(1) $\mathrm{P}(x,y)$ が C 上を動くとき t が取り得る値の範囲は $\boxed{(1)}\boxed{(2)} \leqq t \leqq \boxed{(3)}\boxed{(4)}$ である．特に $t=0$ のとき，$x^2+y^2=\boxed{(5)}$ が成り立つ．

(2) $\mathrm{P}(x,y)$ が C 上を動くとき，xy の値は $t=\boxed{(6)}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{(7)}\boxed{(8)}}{\boxed{(9)}}$ をとる．

(3) $\mathrm{P}(x,y)$ が C 上を動くとき，x^3+y^3 の値は $t=\boxed{(10)}+\sqrt{\boxed{(11)}\boxed{(12)}}$ のとき最大になる．

[2] 以下の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = \frac{1}{10}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{100}a_n + \frac{1}{10} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n$ $(n = 1, 2, 3, \dots)$ で定める. $\{b_n\}$ は等比数列で，初項を $\dfrac{1}{10^p}$，公比を $\dfrac{1}{10^q}$ とおくと，$p = \boxed{(13)}$, $q = \boxed{(14)}$ となる. ゆえに，$\{b_n\}$ の第 n 項を

$$b_n = \frac{1}{10^{rn+s}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくと，$r = \boxed{(15)}$, $s = \boxed{(16)}$ となる. さらに，$\{a_n\}$ の第 n 項は,

$$a_n = a_1 + \sum_{k=\boxed{(17)}}^{n+\boxed{(18)}\boxed{(19)}} b_k = \frac{\dfrac{1}{10^t}\left(1 - \dfrac{1}{10^{un}}\right)}{1 - \dfrac{1}{10^v}} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

と求められる. ここで，$t = \boxed{(20)}$, $u = \boxed{(21)}$, $v = \boxed{(22)}$ である.

(2) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{10^{2k} a_k a_{k+1}}$ $(n = 1, 2, 3, \dots)$ とおく. 関係式

$$\frac{b_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{\boxed{(23)}\boxed{(24)}}{a_k} + \frac{\boxed{(25)}\boxed{(26)}}{a_{k+1}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

を用いて計算すると,

$$S_n = \frac{10^w\left(1 - \dfrac{1}{10^{xn}}\right)}{1 - \dfrac{1}{10^{yn+z}}}$$

となる. ここで，$w = \boxed{(27)}$, $x = \boxed{(28)}$, $y = \boxed{(29)}$, $z = \boxed{(30)}$ である.

(3) $(100^{n+1} - 1)\,S_n$ は $\boxed{(31)}\,n + \boxed{(32)}\boxed{(33)}$ 桁の整数になる.

[3] ある野生動物を10匹捕獲し，0から9の番号で区別して体長と体重を記録したところ以下の表のようになった．体長と体重の単位は省略する．

番号	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
体長	60	66	52	69	54	72	74	60	58	61
体重	5.5	5.7	5.9	5.9	6.0	6.2	6.2	6.4	6.5	6.7

(1) この10匹の体長の最小値は $\boxed{(34)}\boxed{(35)}$，最大値は $\boxed{(36)}\boxed{(37)}$ である．

(2) この10匹は5匹ずつAとBの2種類に分類できる．1つの種類の中では体長と体重は正の相関を持つ．10匹の体長と体重の相関係数は0.05以下だが，種類Aの5匹に限れば0.95以上であり，種類Bの5匹も0.95以上である．また，番号2の個体は種類Bである．このとき，種類Aの5匹の番号は小さいほうから順に $\boxed{(38)}$，$\boxed{(39)}$，$\boxed{(40)}$，$\boxed{(41)}$，$\boxed{(42)}$ であり，その5匹の体長の平均値は $\boxed{(43)}\boxed{(44)}.\boxed{(45)}$ となる．

(3) 10匹のうち体長の大きいほうから5匹の体長の平均値は $\boxed{(46)}\boxed{(47)}.\boxed{(48)}$ である．**(2)** で求めた平均値と異なるのは，体長の大きい5匹のうち番号 $\boxed{(49)}$ の個体が種類Bだからである．

(4) **(2)** で求めた種類Aの5匹の体重の偏差と体長の偏差の積の和は6.6，体重の偏差の2乗の和の平方根は小数第3位を四捨五入すると0.62，体長の偏差の2乗の和の平方根は小数第1位を四捨五入すると $\boxed{(50)}\boxed{(51)}$ である．

[4] t を正の実数とし，x の 2 次方程式

$$x^2 - 2\{(\log_2 t)^2 + 1\}x + 6(\log_2 t)^2 + 1 = 0$$

を考える．

(1) 上の 2 次方程式の実数解が存在しない t の範囲を求めよ．

上の方程式が実数解を持つ t に対して，実数解がただ 1 つのときはその値を $f(t)$ と定め，実数解が 2 つあるときは小さいほうの値を $f(t)$ と定める．

(2) 上の 2 次方程式の実数解がただ 1 つ存在する t の集合を A とする．$t \in A$ のとき $f(t)$ の最小値と最大値を求めよ．

(3) t が $1 \leqq \log_4 t \leqq \dfrac{3}{2}$ を満たす範囲を動くとき，$f(t)$ の最小値を求めよ．

[5] 1辺の長さが $\sqrt{2}$ の正方形ABCDを底面とし，4つの正三角形を側面とする正四角錐O–ABCDがある．OAとOCを $4:1$ に内分する点をそれぞれPとR，正の実数 r に対してOBを $1:r$ に内分する点をQとする．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{QR}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を計算せよ．答が r の有理式になる場合は，1つの既約分数式で解答せよ．

(2) 線分PRの中点をMとする．QMとODが平行になる r を求めよ．

(3) QMとODが平行なとき，3点P, Q, Rを通る平面 α で正四角錐O–ABCDを2つの多面体に切り分ける．このとき，α による切り口の図形の面積，および，切り分けたうち頂点Oを含む多面体の体積を求めよ．

[6] a を 0 でない実数とする．等式

$$f(x)=\frac{3}{a}x^2-\frac{1}{a}x+\left\{\int_0^2 f(t)\,dt\right\}^2$$

を満たす関数 $f(x)$ を考える．

(1) $a=-1$ のとき，この等式を満たす $f(x)$ は 2 つある．それらを求めよ．

(2) この等式を満たす $f(x)$ がただ 1 つであるとき，a の値を求めよ．

(3) b を正の実数とする．定積分 $\displaystyle\int_0^b \{f(x)-f(b)\}\,dx$ の値が a によらないとき，b の値を求めよ．

(4) a と b を，それぞれ **(2)** と **(3)** で求めた値とするとき，定積分 $\displaystyle\int_b^2 f(x)\,dx$ を求めよ．