

I 以下の に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1) $\log_{10}2 = 0.301$, $\log_{10}3 = 0.477$ とする。

(i) $\log_{10}5 =$ (ア) である。

(ii) 27^{27} は (イ) 桁の整数で, 27^{27} の正の約数は全部で (ウ) 個ある。

(2) i を虚数単位とし, $\alpha = \frac{\sqrt{2}(-1+i)}{2}$ とする。このとき $\alpha^2 =$ (エ)

であり, $\alpha^{211} =$ (オ) である。

(3) 整式 $x^3 + ax^2 + bx + 6$ を $x-1$ で割ると 4 余り, $x+2$ で割ると -20 余る。

このとき a と b の値の組は $(a, b) =$ (カ) である。

(4) a を実数とする。このとき 5 つの値 $a+2$, $a-3$, $a+4$, $a-1$, $a+3$ から

なるデータの平均値は (キ) であり, 分散は (ク) である。

II 以下の に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1) K, A, N, G, O, G, A, K, U の 9 文字をすべて 1 列に並べるとき, 異なる文字列の個数は (ケ) である。この 9 文字から 2 文字を取り出して 1 列に並べるとき, 異なる文字列の個数は (コ) である。

(2) 円 $x^2 + y^2 - 10x + 4y = 0$ と直線 $y = 2x - 7$ の交点を A, B とする。このとき, 線分 AB の長さは (サ) である。また, 線分 AB の垂直二等分線の方程式は $y =$ (シ) である。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $-\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$ を満たす θ のうち最大のものは $\theta =$ (ス) である。

(4) $a > 0$ とし, 平面上に 3 点 A ($a, 3$), B ($-4, 1$), C ($0, 5$) をとる。また, 線分 BC 上の点 P に対して, 点 P から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を Q とする。点 P が線分 BC 上を動くときの三角形 PQA の面積の最大値を $S(a)$ とすると, $\beta =$ (セ) として

$$S(a) = \begin{cases} \text{ (ソ) } & (0 < a < \beta) \\ \text{ (タ) } & (a \geq \beta) \end{cases}$$

と表せる。

Ⅲ 以下の に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

平面上の点 O, A, B に対して $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおき, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 1$, $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{a} = 1$ とする。ただし, ベクトル \vec{x} の大きさを $|\vec{x}|$, ベクトル \vec{x} と \vec{y} の内積を $\vec{x} \cdot \vec{y}$ と表す。

このとき $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ (チ) であり, $|\vec{b}| =$ (ツ) である。また $\angle AOB$ の二等分線が辺 AB と交わる点を C とし, $\theta = \angle ACO$ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) とすると, $\theta =$ (テ) であり, $\sin \theta =$ (ト) である。よって, 三角形 OAC の外接円の半径は (ナ) である。さらに, 三角形 OAC の面積は (ニ) である。

IV 以下の に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

動点 P は時刻 0 で下図の正八面体 ABCDEF の頂点 A にいるとし、次の規則に従って 1 秒ごとに頂点を移動する。

規則

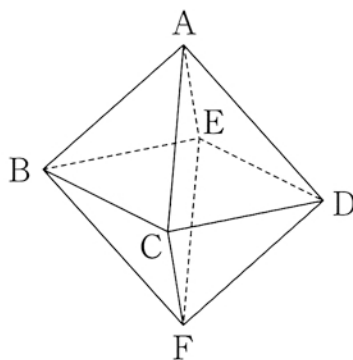
P がある頂点 X にいるとき、その 1 秒後には X に隣り合う 4 個の頂点のいずれかにそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ で移動する。

(例えば、頂点 A に隣り合う頂点とは B, C, D, E のことである。)

自然数 n に対して、 n 秒後に P が頂点 A にいる確率を a_n 、頂点 F にいる確率を b_n 、頂点 A にも F にもいない確率を c_n とする。このとき $b_2 =$ (ヌ) , $c_2 =$ (ネ) である。また a_{n+1} , b_{n+1} , c_{n+1} を c_n の式で表すと

$$a_{n+1} = \text{ (ノ) } , b_{n+1} = \text{ (ハ) } , c_{n+1} = \text{ (ヒ) }$$

である。よって、数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n =$ (フ) である。



V $f(x) = -x^2 + 2x + 6|x|$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。

(2) a, b を $a < 0 < b$ となる実数とする。曲線 $y = f(x)$ の点 $A(a, f(a))$ における接線と点 $B(b, f(b))$ における接線が一致するとき、 a, b の値を求めなさい。

(3) a, b を上の(2)で求めた値とし、2点 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ を通る直線を l とする。このとき、直線 l の方程式を求めなさい。

(4) 直線 l を上の(3)で求めたものとする。このとき、曲線 $y = f(x)$ と直線 l で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。