$\boxed{1}$ nを自然数，mを$2n$以下の自然数とする。1からnまでの自然数が1つずつ記されたカードが，それぞれの数に対して2枚ずつ，合計$2n$枚ある。この中から，m枚のカードを無作為に選んだとき，それらに記された数がすべて異なる確率を$P_n(m)$と表す。ただし$P_n(1)=1$とする。さらに，$E_n(m)=m\,P_n(m)$とおく。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $P_3(2)$，$P_3(3)$，$P_3(4)$を求めよ。

(2) $E_{10}(m)$が最大となるようなmを求めよ。

(3) 自然数nに対し，$E_n(m)>E_n(m+1)$を満たす自然数mの最小値を$f(n)$とするとき，$f(n)$をnを用いて表せ。ただし，ガウス記号[　]を用いてよい。ここで，実数xに対して，xを超えない最大の整数を$[x]$と表す。

$\boxed{2}$ 実数 a, b に対し，$f(x) = x^3 - 3ax + b$ とおく。$-1 \leqq x \leqq 1$ における $|f(x)|$ の最大値を M とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $a > 0$ のとき，$f(x)$ の極値を a, b を用いて表せ。

(2) $b \geqq 0$ のとき，M を a, b を用いて表せ。

(3) a, b が実数全体を動くとき，M のとりうる値の範囲を求めよ。

3 座標平面上で次のように媒介変数表示される曲線 C を考える。

$$\begin{cases} x = |\cos t|\cos^3 t \\ y = |\sin t|\sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leqq t \leqq 2\pi)$$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) 次の条件(＊)を満たす第1象限内の定点Fの座標を求めよ。

(＊) 第1象限内で C 上にあるすべての点Pについて，Pから直線 $x + y = 0$ に下ろした垂線をPHとするとき，つねに PF = PH となる。

(2) 点Pが C 全体を動くとき，Pと(1)の定点Fを結ぶ線分PFが通過する領域を図示し，その面積を求めよ。

(3) (2)の領域を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。